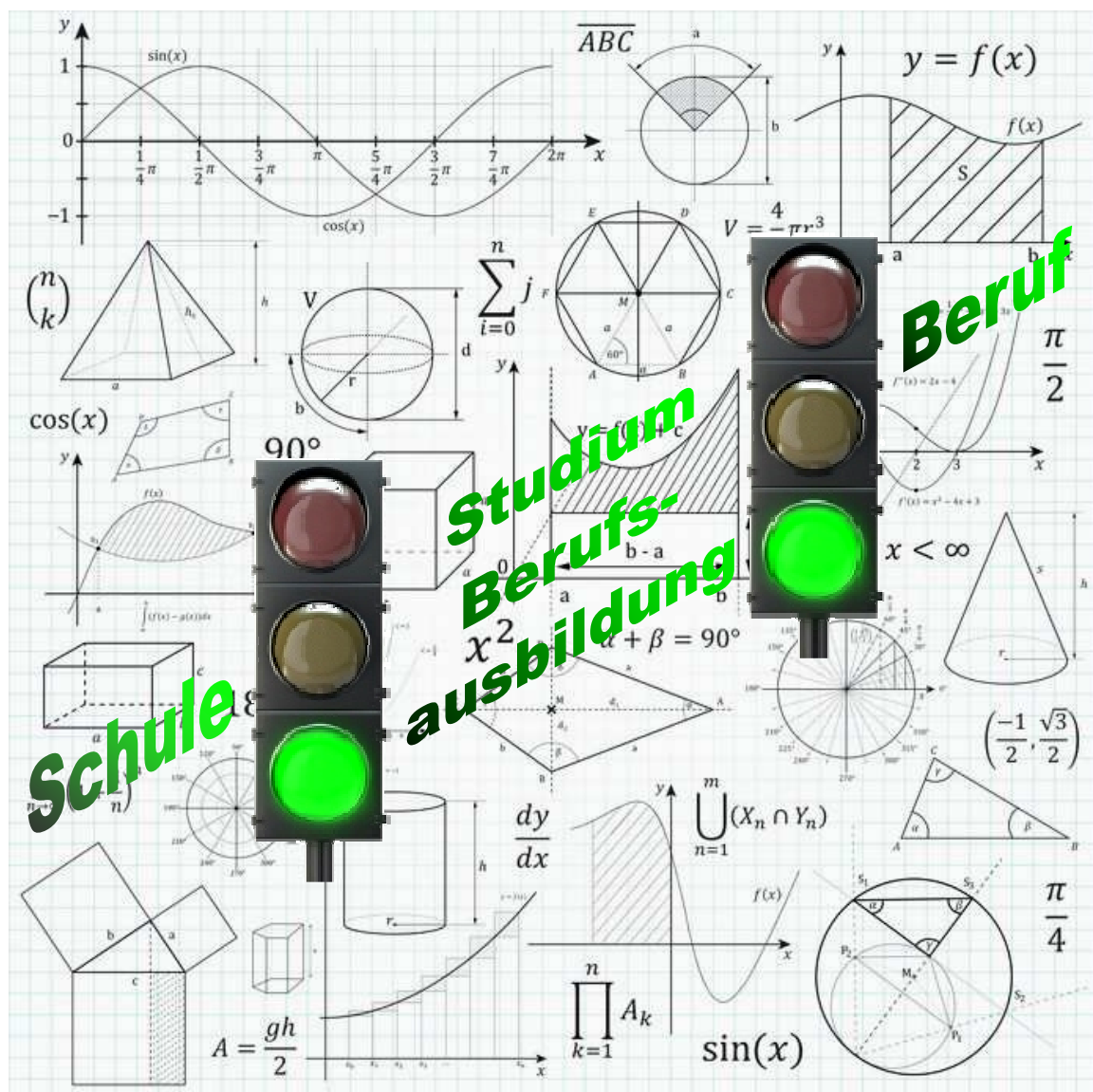


Grundbildung sichern – Abbrüche vermeiden

Mathematik in Schule, Ausbildung und Studium



Grundbildung sichern – Abbrüche vermeiden

Mathematik in Schule, Ausbildung und Studium

Herausgeber:

SCHULEWIRTSCHAFT Rheinland-Pfalz -
eine Einrichtung der Landesvereinigung
Unternehmerverbände Rheinland-Pfalz (LVU)

Hindenburgstraße 32
55118 Mainz
www.schulewirtschaft-rp.de

Ministerium für Bildung, Wissenschaft,
Weiterbildung und Kultur
Rheinland-Pfalz

Mittlere Bleiche 61
55116 Mainz
www.mbwwk.rlp.de

VORWORT

Niemand sollte scheitern – nicht in der Schule, nicht im Studium und nicht in der Ausbildung. Auch nicht an Mathematik. Dies ist ein gemeinsames Anliegen des Bildungsministeriums und der rheinland-pfälzischen Unternehmen. Das Bildungsministerium hat das Ziel, dass alle Jugendlichen einen möglichst hochwertigen Schulabschluss erreichen, eine Ausbildung abschließen und in eine Berufstätigkeit eintreten. Die Unternehmen in Rheinland-Pfalz wünschen sich Schulabgängerinnen und Schulabgänger, denen die Mathematik in der beruflichen Ausbildung keine Probleme mehr bereitet.

Die Frage ist also: Welche Bereiche der Mathematik erweisen sich als problematisch und wie können diese Probleme verringert werden?

Um dieser Frage nachzugehen, haben wir in einer gemeinsamen Initiative eine Arbeitsgruppe ins Leben gerufen.

Expertinnen und Experten aus Schule, Hochschule, Studienseminar, Bildungsministerium, Unternehmerverbänden und Ausbildungsbetrieben haben erforscht, welche Bereiche der Mathematik den Jugendlichen beim Einstieg in Berufsausbildung oder Studium besondere Probleme bereiten und wie die Nachhaltigkeit des Lernens besonders in diesen grundlegenden Bereichen durch gemeinsame Anstrengungen aller Beteiligten gesteigert werden kann.

Ihre Untersuchungsergebnisse und Empfehlungen legt die Arbeitsgruppe hiermit vor. Wir danken Allen, die daran mitgearbeitet haben, und hoffen, dass die vorliegenden Anregungen einen Beitrag dazu leisten, in gemeinsamen Bemühungen die Übergänge zwischen aufeinander folgenden Ausbildungsabschnitten zumindest im Bereich der Mathematik erfolgreicher zu gestalten.

Barbara Mathea

Ministerium für Bildung, Wissenschaft,
Weiterbildung und Kultur
Rheinland-Pfalz

Dr. Dirk Hannowsky

SCHULEWIRTSCHAFT Rheinland-Pfalz

Inhalt

1 Das Ziel problemloser Übergänge und das „Problem“ Mathematik	7
2 Mathematik in Schule, Studium und Beruf	
2.1 Rahmenbedingungen, Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts in den allgemeinbildenden Schulen in Rheinland-Pfalz	9
2.2 Die Anforderungen der Ausbildungsbetriebe	11
2.3 Die Anforderungen der Hochschulen	14
2.4 Mathematikkenntnisse im Spannungsfeld von Angebot und Nachfrage	21
3 Maßnahmen zur Verbesserung der mathematischen Kompetenzen der Schulabgängerinnen und -abgänger	
3.1 Repetitio est mater studiorum – Grundkompetenzen sicher verankern	23
3.2 Möglichkeiten zur Verbesserung der mathematischen Kompetenzen	26
4 Zusammenfassung	27
5 Anhang	
1. Mathematikkenntnisse, die für einen erfolgreichen Einstieg in den Beruf benötigt werden (Einschätzung der Ausbilder)	29
2. Mathematikkenntnisse von Auszubildenden	31
a. Defizite im Bereich Mathematik, die bei Auszubildenden unterschiedlicher Berufe festgestellt wurden.....	31
b. Langzeitstudie der BASF SE über elementare Rechenkenntnisse bei Ausbildungsplatzbewerberinnen und -bewerbern	36
3. Einstufungstest TU Kaiserslautern Sommersemester 2009	37
4. Wichtige Grundlagen für Studiengänge mit Mathematik-Anteilen.....	39
5. Beispielaufgaben aus Einstellungstests	40
6. Welche Inhalte sollen in unserer Schule zum Grundwissen gezählt werden? Ein Fragenkatalog zum Grundwissen (aus dem Projekt SINUS)	42
7. Erfahrungen mit dem systematischen Sichern von Grundwissen aus dem Projekt SINUS	47
8. Beispiele für Aufgabenstellungen aus Berufsausbildungen, in denen mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten benötigt werden	50
9. Rechtsgrundlagen.....	53

Mitglieder der Arbeitsgruppe

Michael Bostelmann, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien, Koblenz

Dr. Martin Bracke, Technomathematik, Technische Universität Kaiserslautern

Sigrid Fischer, Böhlinger KG, Ingelheim

Dr. Dirk Hannowsky, SCHULEWIRTSCHAFT Rheinland-Pfalz - eine Einrichtung der Landesvereinigung Unternehmerverbände Rheinland-Pfalz (LVU) (Leitung)

Helmut Hürter, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien, Kaiserslautern

Prof. Dr. Sven Oliver Krumke, Optimierung, Technische Universität Kaiserslautern

Prof. Dr. Manfred Lehn, Topologie und Geometrie, Johannes-Gutenberg-Universität, Mainz

Volker Leinweber, technische und naturwissenschaftliche Aus- u. Weiterbildung, Schott AG, Mainz

Barbara Mathea, Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Weiterbildung und Kultur Rheinland-Pfalz (Leitung)

Prof. Dr. Stefan Müller-Stach, Zahlentheorie, Johannes-Gutenberg-Universität, Mainz

Marcus Rutz-Lewandowski, Europa-Gymnasium, Wörth

1 Das Ziel problemloser Übergänge und das „Problem“ Mathematik

Brüche sind im Leben unvermeidlich. Dies gilt auch für individuelle Bildungs- und Erwerbsbiografien. Rahmenbedingungen verändern sich stetig und machen persönliche Anpassungsleistungen erforderlich, die nicht immer gelingen. Die erfolgreiche Bewältigung von Wandlungsprozessen stellt eine wichtige Adaptionleistung auf individueller wie auch auf kollektiver Ebene dar. Diese Fähigkeit sollte daher schon frühzeitig eingeübt werden.

Brüche in Bildungsbiografien sollten allerdings so weit als möglich vermieden werden. Gelingende Übergänge zwischen Ausbildungsabschnitten und zwischen Ausbildung und Berufseinstieg sind ein Beitrag dazu, die Ressource Bildung möglichst effizient zu nutzen und die Einzelnen in ihrer Berufs- und Lebensplanung zu unterstützen.

Die hohen Durchfallquoten von Studierenden in den mathematischen Grundlagenkursen der Hochschulen wie auch die Probleme von Berufsanfängerinnen und -anfängern, die mathematischen Anforderungen von Berufsbildender Schule und Betrieb zu bewältigen, lassen darauf schließen, dass hier noch Handlungsbedarf besteht.

Konkret werden seit Jahren vonseiten der Hochschulen wie auch vonseiten der Wirtschaft immer wieder Defizite im Bereich MINT (Mathematik-Informatik-Naturwissenschaften-Technik), insbesondere bezogen auf Mathematik, beklagt:

- die fehlende Bereitschaft von Schülerinnen und Schülern, ein Studium oder eine Berufsausbildung im MINT-Bereich aufzunehmen,
- hohe Studienabbrecherquoten im MINT-Bereich und in Fachbereichen, in denen vergleichsweise viel Mathematik benötigt wird, z.B. in Ingenieurberufen (vgl. Abb. 2 bis 7, S. 13 - 15),
- mangelnde Mathematikkenntnisse und -fähigkeiten bei Schulabgängerinnen und Schulabgängern, welche die Aufnahme einer beruflichen Ausbildung oder eines Studiums in Fächern, in denen Mathematikkenntnisse benötigt werden, erschweren (vgl. Abb. 1, S. 8 sowie Anhänge 1 und 2, S. 24 - 31).

Parallel dazu ist ein deutlicher Arbeitskräftemangel in MINT- und Ingenieurberufen zu verzeichnen, der u.a. mit den genannten Defiziten in Zusammenhang gebracht wird.

Das zu konstatierende Ausweichverhalten junger Menschen, die sich eher selten für eine Tätigkeit im MINT-Bereich entscheiden, erscheint ökonomisch wie gesellschaftlich nicht wünschenswert. Mit einer Reihe von Maßnahmen wurde daher in der Vergangenheit versucht, dem Problem der für Studium und Beruf unzureichenden Mathematik-Kenntnisse zu begegnen. Ein dauerhafter Erfolg war diesen Versuchen indes noch nicht beschieden.

Häufig werden auf Grund dieser Situation einseitige Schuldzuweisungen vorgenommen.

So wird Schulen vielfach vorgeworfen, der Mathematikunterricht schaffe es nicht, den Schülerinnen und Schülern die für eine Berufsausbildung bzw. ein Studium erforderlichen Kenntnisse und Fähigkeiten zu vermitteln.

Umgekehrt wird beklagt, dass Hochschulen und Betriebe in Eingangstests und Prüfungen überhöhte Anforderungen stellten, die nicht die in Studium bzw. Berufsausbildung tatsächlich benötigten Kenntnisse und Fähigkeiten abbildeten.

Diese und ähnliche Vorwürfe sind wenig hilfreich. Die genannten Probleme können nur in Kooperation aller Beteiligten, d.h. Schule, Hochschule und Wirtschaft, gelöst werden. Zu diesem Zweck hat sich im Jahre 2009 eine Arbeitsgruppe aus Vertreterinnen und Vertretern von Bildungsministerium, Gymnasien, Lehrerbildung, Hochschulen und Wirtschaft konstituiert, um den Ursachen des Problems auf den Grund zu gehen und Lösungsansätze zu entwickeln. Auf der Basis einer Analyse der Situation wurden Vorschläge erarbeitet, um die Übergänge von der Schule in Berufsausbildung und Studium in Bezug auf die Mathematikkenntnisse und –fähigkeiten zu „glätten“. Hierfür wurden folgende Ziele definiert:

- Bessere Abstimmung der gegenseitigen Erwartungen und Analyse der realistischen Möglichkeiten an den Übergangsstellen,
- Erarbeitung konkreter Handlungsempfehlungen, d.h. Maßnahmen, die darauf abzielen, dass Schulabgängerinnen und –abgänger in höherem Maße als bisher über die erforderlichen Mathematikkenntnisse und –fähigkeiten verfügen,
- Etablierung einer systematischen Rückkopplung zwischen Schulen einerseits und Hochschulen und Wirtschaft andererseits mit dem Ziel, die gegenseitigen Erwartungen und Möglichkeiten immer wieder neu zu vermessen und abzustimmen.

Die Ergebnisse der Arbeitsgruppe werden mit dieser Veröffentlichung vorgelegt.

Für eine Analyse der Situation wird in 2.1 zunächst dargestellt, welche Ziele die allgemeinbildenden Schulen in Rheinland-Pfalz mit dem Mathematikunterricht verfolgen, welche mathematischen Kompetenzen nach den geltenden Rahmenvorgaben bei Erwerb der unterschiedlichen Schulabschlüsse erwartet werden und was realistisch bis zum Abschluss der Berufsreife, dem qualifizierten Sekundarabschluss I und dem Abitur geleistet werden kann.

Anschließend werden die Erwartungen der Wirtschaft (2.2) und der Hochschulen (2.3) an Schulabgängerinnen und -abgänger im Bereich Mathematik anhand von Eingangstests und Befragungen zusammengestellt und es werden die beobachteten Defizite benannt. Dabei erfolgt eine Konzentration auf die für das Studium bzw. die Berufsausbildung unverzichtbaren mathematischen Kompetenzen. Es werden diejenigen Studiengänge und Berufe in den Blick genommen, in denen mathematische Kompetenzen einen Schwerpunkt bilden oder zumindest einen wichtigen Anteil ausmachen.

In 2.4 werden Schlussfolgerungen gezogen und ergänzend Ergebnisse einer Studie vorgestellt, in der untersucht wurde, welche mathematischen Grundkenntnisse und Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern für eine erfolgreiche Berufsausbildung und für das spätere Berufsleben gefordert werden.

In 3 schließlich geht es um Maßnahmen zur Verbesserung der mathematischen Kompetenzen der Schulabgängerinnen und Schulabgänger. Zunächst werden in Rheinland-Pfalz bereits etablierte erfolgreiche Maßnahmen vorgestellt und schließlich Anregungen für ergänzende Maßnahmen gegeben.

2 Mathematik in Schule, Studium und Beruf

2.1 Rahmenbedingungen, Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen in Rheinland-Pfalz

Die Inhalte und Ziele des Mathematikunterrichts an den weiterführenden allgemeinbildenden Schulen sind in bundesweit geltenden wie auch in rheinland-pfälzischen Vorgaben spezifiziert (vgl. Anhang 8).

In Rheinland-Pfalz besteht hinsichtlich der Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts eine günstigere Situation als in vielen anderen Bundesländern, da die in einer Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU dargestellten Einschränkungen¹ nicht umgesetzt wurden:

- Die Pflichtstundenzahl für Mathematik in allen Schularten der Sekundarstufe I wurde in den zurückliegenden Jahren in Rheinland-Pfalz nicht gekürzt. Sie liegt für die Klassenstufen 5 bis 10 je nach Schulart zwischen 23 und 25 (d.h. die Summe der Wochenstunden für Mathematik über die Klassenstufen 5 bis 10 – Beispiel: Im Gymnasium sind pro Klassenstufe 4 Wochenstunden Mathematik verpflichtend, in einer Klassenstufe nur 3 Wochenstunden, das ergibt insgesamt eine Summe von 23 Jahreswochenstunden).
- Der achtjährige gymnasiale Bildungsgang ist in Rheinland-Pfalz nicht flächendeckend umgesetzt, sondern derzeit an 19 Gymnasien und ausschließlich in Verbindung mit einer verpflichtenden Ganztagschule. Die Pflichtstundenzahl für Mathematik beträgt in den Klassenstufen 5 bis 9 insgesamt 23 zuzüglich Lernzeitstunden. In den Klassenstufen 5 bis 10 beträgt sie 26 zuzüglich Lernzeitstunden oder 28 zuzüglich Lernzeitstunden, da in Jahrgangsstufe 10 der Unterricht bereits in Grund- und Leistungskursen erteilt wird.
- In der gymnasialen Oberstufe (d.h. ab der Einführungsphase) gibt es auch künftig dreistündige Grundkurse und fünfstündige Leistungskurse.

Positive Wirkungen, insbesondere im Bereich „Sichern von Grundwissen“, haben darüber hinaus die Projekte SINUS und SINUS-Transfer entfaltet, in die im Verlauf der Jahre 1998 bis 2011 insgesamt mehr als ein Drittel aller weiterführenden allgemeinbildenden Schulen einbezogen waren. Die Ergebnisse sind in 3.1 dargestellt.

In dem aktuellen Rahmenlehrplan Mathematik wird ferner darauf hingewiesen, dass Mathematikunterricht „durch Anwendungs- und Problemorientierung an Themen mit vermittelbarem Lebensbezug lebendig und flexibel gestaltet werden“ soll. Es wird gefordert, dass neben systema-

¹ Gemeinsame Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU vom 5. Juli 2011
„Mathematik-Fachverbände fordern leichteren Übergang von der Schule an die Hochschule“:

„Es ist dringend nötig, dass die Bildung in Mathematik an Schulen und Hochschulen besser aufeinander abgestimmt wird; dies umso mehr, als Schülerinnen und Schüler auf Gymnasien heute in den meisten Bundesländern weniger Mathematikunterricht haben, als nur wenige Jahre zuvor. Grund dafür ist die Verkürzung der Gymnasialzeit von neun auf acht Jahre und die Reduzierung der Stundenzahl in Leistungskursen von fünf auf vier Wochenstunden in vielen Bundesländern. Hinzu kommt in manchen Ländern, dass in der Oberstufe die Trennung in grundlegendes und erhöhtes Niveau (früher GK und LK) aufgegeben wurde, was eine Förderung der leistungsstarken Schülerinnen und Schüler erschwert.“

tischem Lernen auch situiertes Lernen seinen Platz haben muss. "In solchen Lernsituationen erleben Schülerinnen und Schüler Mathematik als nützlich." (Rahmenlehrplan Mathematik Sekundarstufe I, S. 6)

Um Lehrkräfte bei dieser Art der Unterrichtsgestaltung zu unterstützen, wird im gesamten Lehrplan bei geeigneten Themen jeweils ausgewiesen, wo sich ein Bezug zu realen Anwendungen bzw. zu anderen Fächern anbietet, wo Möglichkeiten für praktisches Arbeiten oder für den Einsatz des Computers gegeben sind:

- Der Pfeil benennt Verbindungen zu anderen Fächern oder Beispiele aus Bereichen, in denen der fachliche Inhalt eine besondere Rolle spielt.
- ✂ Die Schere symbolisiert Möglichkeiten praktischen bzw. gestalterischen Arbeitens.
- 🔔 Die Glocke nenne Möglichkeiten für interessante innermathematische Untersuchungen oder Exkurse.
- 💻 Der stilisierte Computer gibt Möglichkeiten des Computereinsatzes an und nennt geeignete Software.

Rahmenlehrplan Mathematik Sekundarstufe I, S. 15

Die Befunde internationaler Untersuchungen und von Ländervergleichen

Die Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz (KMK) zum Bildungsmonitoring umfasst mehrere Bereiche, u.a. die Teilnahme an internationalen Schulleistungsuntersuchungen (PISA: Programme for International Student Assessment) als auch Vergleiche der Länder untereinander. PISA wurde von der Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OECD) initiiert. Ziel ist es, den Mitgliedstaaten der OECD Indikatoren für Fähigkeiten, Kenntnisse und Fertigkeiten von 15-jährigen Schülerinnen und Schülern in den Bereichen Leseverständnis, Mathematik und Naturwissenschaften in Zeitreihe zur Verfügung zu stellen. Die Untersuchungen erfolgen in einem 3-jährlichen Rhythmus seit 2000.

Dabei konnten im Bereich Mathematik von 2000 bis 2009 positive Entwicklungen festgestellt werden. Die Ergebnisse der deutschen Schülerinnen und Schüler haben sich von 2000 über 2003 und 2006 bis 2009 stetig weiterentwickelt. Lagen die deutschen Ergebnisse im Bereich Mathematik bei PISA 2000 noch knapp unter der OECD-Durchschnitt, so lagen sie 2003 bzw. 2006 bereits im mittleren bzw. oberen Bereich des OECD-Durchschnitts und 2009 schließlich signifikant oberhalb des OECD-Durchschnitts.

„Die mittlere mathematische Kompetenz der Schülerinnen und Schüler in Deutschland ist von PISA 2003 zu PISA 2009 statistisch signifikant um 10 Punkte angestiegen. Damit gehört Deutschland zu den sechs OECD-Staaten, deren Durchschnittswerte im Bereich mathematischer Kompetenz seit PISA 2003 sichtbar angestiegen sind. Erstmals gehört Deutschland mit einem mittleren Kompetenzwert von 513 Punkten nun zu der Gruppe jener Staaten, die signifikant über dem OECD-Durchschnitt (496 Punkte) liegen. [...] Die Streuung der mathematischen Kompetenz in Deutschland beträgt 98 Punkte und ist damit weiterhin signifikant höher als im OECD-Durchschnitt (92 Punkte). [...] Hervorzuheben ist, dass der Anteil der Jugendlichen mit sehr geringer mathematischer Kompetenz (unter Kompetenzstufe I) von PISA 2003 zu PISA 2009 signifikant reduziert werden konnte. Eine schwache Kompetenz (unter oder auf Kompetenzstufe I) zeigen bei PISA 2009 insgesamt noch 18,6 Prozent der Jugendlichen in Deutschland. Dieser Anteil ist signifikant niedriger als im OECD-Durchschnitt (22,0 Prozent). Auf der

höchsten mathematischen Kompetenzstufe befinden sich in den OECD-Staaten durchschnittlich 3,1 Prozent der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler. Dieser Anteil fällt in Deutschland mit 4,6 Prozent signifikant höher aus als im OECD-Durchschnitt, hat sich jedoch seit PISA 2003 nicht wesentlich verändert.“²

Erfreulich für Rheinland-Pfalz ist u.a. das Ergebnis, dass sich hier (wie auch in Niedersachsen) die Werte der mathematischen Kompetenz bei Jungen und Mädchen nicht signifikant unterscheiden. In allen anderen Ländern erreichen die Jungen signifikant höhere Werte in der mathematischen Kompetenz als Mädchen.

2.2 Die Anforderungen der Ausbildungsbetriebe

Die Mathematikkenntnisse der Schulabgängerinnen und -abgänger werden vonseiten der Wirtschaft bzw. der Ausbildungsbetriebe immer wieder beklagt, wie u.a. eine Umfrage der Landesvereinigung Unternehmerverbände Rheinland-Pfalz (LVU) zeigt.

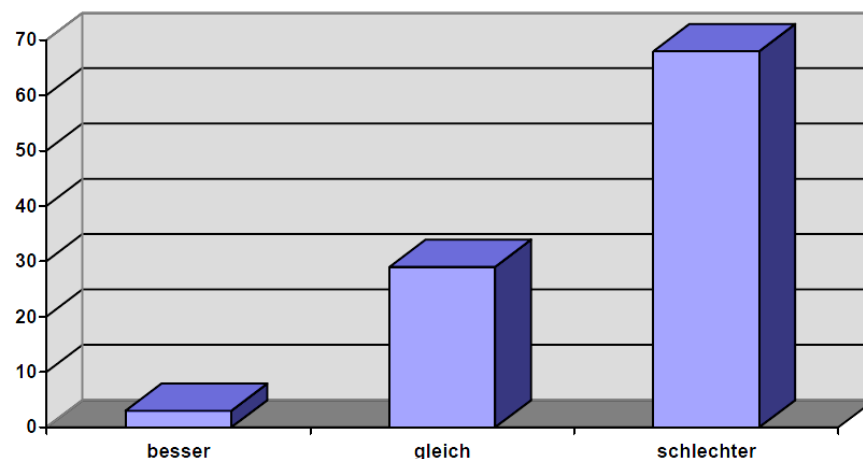
Abb. 1

Aus der LVU-Umfrage "Ausbildungsfähigkeit von Schulabgängern in Rheinland-Pfalz" vom Mai 2009

Als besonders gravierendes Problem erweisen sich die mangelhaften Kenntnisse der Schulabgänger im Rechnen. Sie haben sich – aus Sicht von zwei Drittel der befragten Unternehmen – im Beobachtungszeitraum verschlechtert. Nur drei Prozent der Unternehmen konstatieren hier eine Verbesserung.

Insbesondere im Bereich des produzierenden Gewerbes wird über immer schlechtere Qualifikationen der Schulabgänger im Bereich Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik (also in den sogenannten „MINT-Fächern“) geklagt.

Abbildung 3: Die Kenntnisse der Jugendlichen im Rechnen sind heute...



Die Arbeitsgruppe wollte jedoch nicht bei dieser pauschalen Kritik stehenbleiben.

² PISA 2009 – Bilanz nach einem Jahrzehnt, Zusammenfassung, Eckhard Klieme, Cordula Artelt, Johannes Hartig, Nina Jude, Olaf Köller, Manfred Prenzel, Wolfgang Schneider, Petra Stanat, -(Hrsg.), Waxmann.

Um die Erwartungen von Ausbildungsbetrieben zu konkretisieren, wurden 2011 zwei Befragungen in rheinland-pfälzischen Ausbildungsbetrieben (technische, naturwissenschaftliche und kaufmännische Berufe) durchgeführt.

In der ersten Befragung sollten die Ausbilder Folgendes angeben:

1. Identifikation von mathematischen Themen der Mittelstufe, die für den Eintritt in eine erfolgreiche Berufsausbildung vorausgesetzt werden müssen.
2. Priorisierung dieser Themen mit Blick darauf, welche Themen als Eingangsvoraussetzung für die Ausbildung unbedingt präsent sein müssen (5 Punkte), welche wichtig (2 Punkte) und welche zwar hilfreich aber nicht zwingend erforderlich sind (0 Punkte).

Die Ergebnisse sind in Anhang 1 dargestellt.

In einem zweiten Schritt wurden Ausbilder zu ihren Erfahrungen mit den Mathematikkenntnissen und -fähigkeiten der Auszubildenden in mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Berufen und in kaufmännischen Berufen befragt.

Die Ergebnisse dieser (nicht repräsentativen) Umfrage sind in Anhang 2a zusammengefasst. Dort sind auch Aufgabenbeispiele aufgeführt.

Langzeitstudie über elementare Rechenkenntnisse bei Ausbildungsplatzbewerbern der BASF SE

„Seit geraumer Zeit führt die BASF SE schriftliche Eignungstests mit Ausbildungsplatzbewerbern durch. Neben Verfahren, die grundlegende Fähigkeiten wie Sprachverständnis, logisches und anschauungsgebundenes Denken messen, werden auch schulische Kenntnisse in Rechtschreibung und elementarem Rechnen erfasst. [...]

Der Rechentest enthält [...] jeweils 20 Aufgaben. Die Benutzung von Taschenrechnern ist nicht gestattet. Nur beim Rechnen ohne Taschenrechner lässt sich feststellen, ob der Proband eine realistische Vorstellung von der Größenordnung des Ergebnisses hat, z.B. ob und wohin ein Komma gesetzt wird.“³

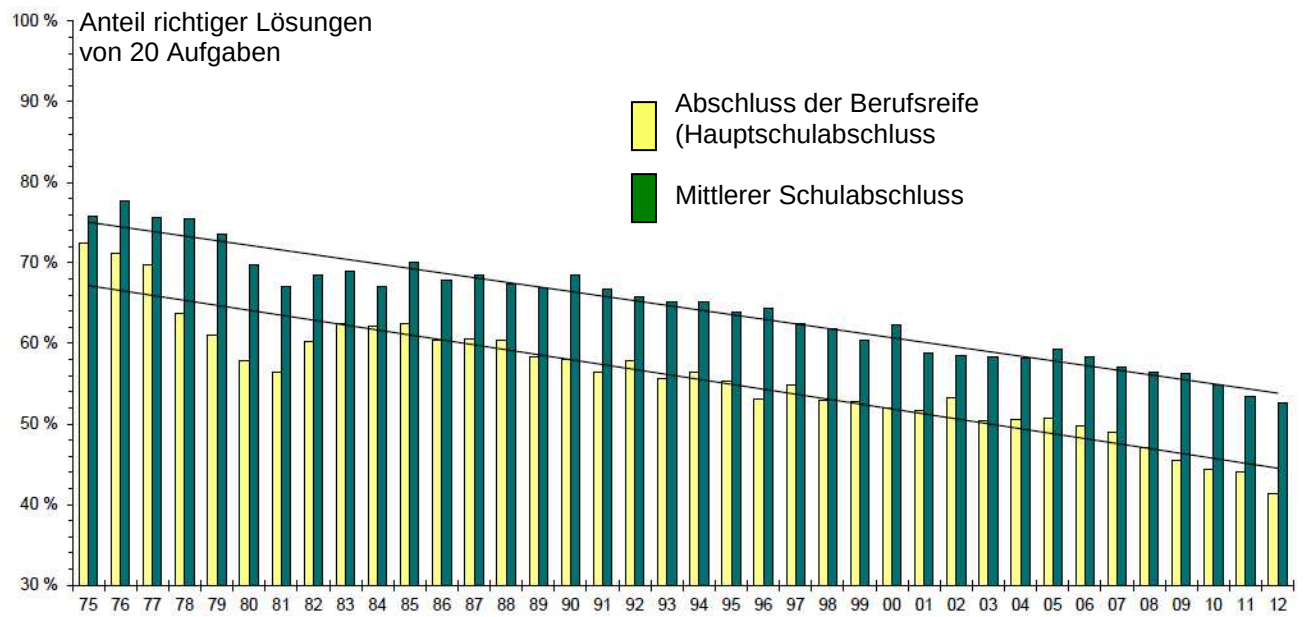
Da der Test seit mehr als 30 Jahren nahezu unverändert eingesetzt wird (als Teil eines umfangreicheren Eignungstestverfahrens), ist eine Langzeitbetrachtung der Ergebnisse möglich. Getestet wurde jeweils eine bereits vorausgewählte Gruppe von Bewerberinnen und Bewerbern um einen Ausbildungsplatz, die über den Abschluss der Berufsreife (früher Hauptschulabschluss) oder über den Mittleren Schulabschluss verfügen. In jedem Jahr wurden mindestens 300 Teilnehmende pro Schulart bzw. Schulabschluss in den Test einbezogen.

Die Tests sind nicht repräsentativ, sondern spiegeln die Erfahrungen der BASF in den letzten Jahren wider.

Aufgabenbeispiele aus dem Test sind in Anhang 2b dargestellt.

³ Aus "Langzeitstudie über Rechtschreib- und elementare Rechenkenntnisse bei Ausbildungsplatzbewerbern der BASF SE" vom Oktober 2012.

Ergebnisse von 1975 bis 2012



2.3 Die Anforderungen der Hochschulen

2.3.1 Mathematikkenntnisse von Studienanfängern

An der Technischen Universität Kaiserslautern werden seit mehreren Semestern anonyme Einstufungstest für die Studienanfänger im Diplom- bzw. Bachelor-Studiengang Mathematik (alle Studiengangsvarianten) durchgeführt.

Das erste Beispiel ist eine Aufgabe aus dem Eingangstest für das Sommersemester 2009 (gesamter Test siehe Anhang 3).

Aufgabe 1

Ordnen Sie folgende reelle Zahlen richtig an, indem Sie die Anordnungssymbole „<“, „>“ oder „=“ einsetzen:

(a) 0.8 $\frac{3}{4}$

(b) $\frac{4}{9}$ 0.4

(c) $\frac{5}{8}$ $\frac{15}{24}$ $\frac{14}{23}$

(d) 1.3 $\frac{13}{11}$ $\frac{11}{13}$

(2 Punkte)

Die Aufgabe beschäftigt sich mit elementarer Bruchrechnung und der Einschätzung der Größe von Dezimal- und Bruchzahlen. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse:

		Anzahl Studierende	Ø Punktzahl
Mathematik Bachelor	E-Technik	2	1,0
	Informatik	6	1,3
	Maschinenbau	13	1,1
	Physik	9	1,6
	Wirtschaft	28	1,6
		$\Sigma = 58$	1,4
Lehramt Mathematik Gymnasium mit Zweitfach	Biologie	3	0,7
	Chemie	9	0,9
	Informatik	3	0,0
	Physik	8	1,3
	Sozialkunde	7	0,9
	Sport	5	1,6
		$\Sigma = 35$	1,0
Lehramt Mathematik Realschule mit Zweitfach	Physik	1	0,0
	Sozialkunde	1	0,0
	Sport	1	0,0
		$\Sigma = 3$	0,0
Lehramt BBS	Bautechnik	1	2,0
	E-Technik	2	2,0
	Techn. Informatik	1	2,0
		4	2,0
Physik		25	0,9
Ergebnis gesamt		$\Sigma = 269$	1,2

Selbst von Studierenden für das Lehramt an Gymnasien wurde im Schnitt nur die Hälfte der Gesamtpunktzahl von zwei Punkten erreicht, bei den Bachelor-Studierenden Mathematik mit 1,4 Pkt. etwas mehr, bei den Bachelor-Studierenden Physik sogar mit 0,9 weniger als die Hälfte. Zeitmangel als Ursache für das schlechte Ergebnis erscheint eher unwahrscheinlich, da es sich um die erste Aufgabe des Tests handelt.

Die Ergebnisse werden noch problematischer, wenn die Anforderungen aus dem Mittelstufensstoff kommen, wie das folgende Beispiel zeigt.

Aufgabe 2

Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist die folgende Gleichung reell lösbar? Geben Sie die Lösung in Abhängigkeit von a an:

$$x^2 + ax = -4$$

(2 Punkte)

Ergebnisse:

		Anzahl Studierende	Ø Punktzahl
Mathematik Bachelor	E-Technik	2	0,0
	Informatik	6	0,5
	Maschinenbau	13	0,6
	Physik	9	0,8
	Wirtschaft	28	0,5
		$\Sigma = 58$	0,6
Lehramt Gymnasium	Biologie	3	0,0
	Chemie	9	0,3
	Informatik	3	0,0
	Physik	8	1,0
	Sozialkunde	7	0,0
	Sport	5	0,0
		$\Sigma = 35$	0,3
Lehramt Realschule	Physik	1	0,0
	Sozialkunde	1	0,0
	Sport	1	0,0
		$\Sigma = 3$	0,0
Lehramt BBS	Bachtechnik	1	0,0
	E-Technik	2	0,0
	Techn. Informatik	1	0,0
		4	0,0
Physik		25	0,6
Ergebnis gesamt		$\Sigma = 269$	0,5

Von den Studierenden für das Lehramt an Gymnasien wurden im Schnitt nur 0,3 von 2 Punkten erreicht, bei den Bachelorstudenten Mathematik und Physik liegt der Schnitt mit 0,6 Punkten kaum höher.

Von den Studierenden für das Lehramt an Realschulen wurden beide Aufgaben überhaupt nicht bzw. völlig falsch gelöst.

Das nächste Beispiel zeigt auf, dass auch deutliche Mängel bei der Kenntnis elementarer Zusammenhänge und deren Anwendung vorhanden sind.

Aufgabe 6

In einer Eisdiele erhalten sie entweder 2 Eiskugeln zu je 1€ mit 3 cm Durchmesser oder eine Jumbokugel mit 6 cm Durchmesser für 2€. Welches ist das bessere Angebot? (2 Punkte)

Ergebnisse:

Sonstige		Anzahl Studierende	Ø Punktzahl
Mathematik Bachelor	E-Technik	2	2,0
	Informatik	6	1,2
	Maschinenbau	13	1,3
	Physik	9	1,2
	Wirtschaft	28	1,1
		$\Sigma = 58$	1,2
Lehramt Gymnasium	Biologie	3	1,0
	Chemie	9	0,9
	Informatik	3	0,7
	Physik	8	1,1
	Sozialkunde	7	0,3
	Sport	5	1,0
		$\Sigma = 35$	0,8
Lehramt Realschule	Physik	1	2,0
	Sozialkunde	1	0,0
	Sport	1	0,0
		$\Sigma = 3$	0,7
Lehramt BBS	Bautechnik	1	0,0
	E-Technik	2	1,0
	Techn. Informatik	1	0,0
		$\Sigma = 4$	0,5
Physik		25	1,0
Ergebnis gesamt		$\Sigma = 269$	1,0

Die Gesamtpunktzahl von 2 wird im Durchschnitt sowohl von den Bachelor- als auch von den Lehramtsstudierenden deutlich verfehlt.

2.3.2 Klausurergebnisse im ersten Studienabschnitt

In den letzten Jahren sind die Bestehensquoten der Studierenden bei den Anfängerklausuren deutlich gesunken. Sie liegen in der Mathematik bei 20 bis 30 Prozent, bei den Mathematik-klausuren für die Ingenieure („Höhere Mathematik“) bei 20 bis 25 Prozent. In den Klausurergebnissen zeigen sich oft Mängel, die auf Verständnisprobleme bei elementaren Grundlagen zurückzuführen sind – entsprechend den Ergebnissen des Eingangstests.

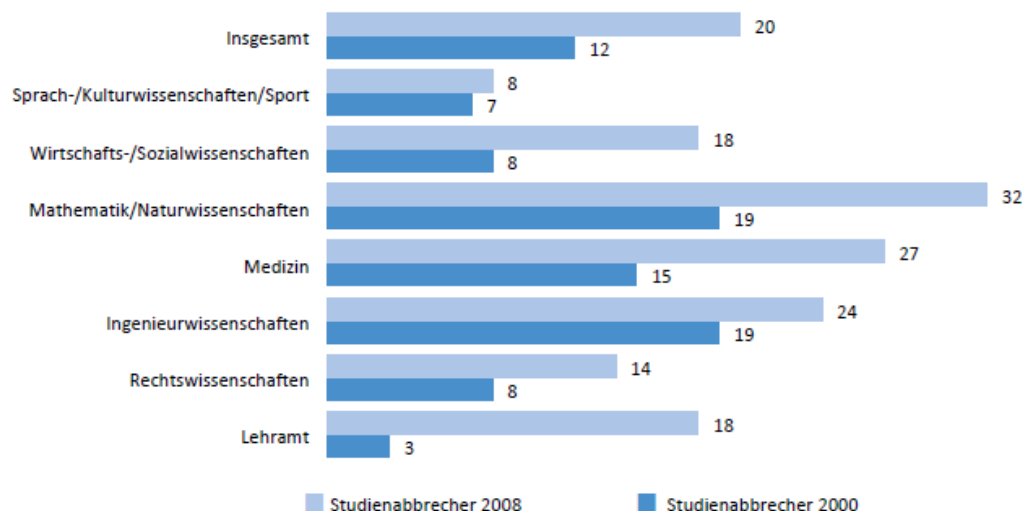
Das ist problematisch, da ein Verständnis der höheren Mathematik kaum möglich ist, wenn bereits bei den elementaren Grundlagen, wie etwa der Bruchrechnung, große Lücken bestehen. Zwar werden viele Grundlagen an der Universität wiederholt und vertieft, die auch Themen im Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe sind (Stetigkeit, Differenzierbarkeit, trigonometrische Funktionen etc.), allerdings ist das Tempo deutlich höher und die Aufarbeitung liegt zum Teil in Eigenverantwortung.

2.3.3 Ergebnisse von bundesweiten Exmatrikulierten-Befragungen

Die folgenden Ergebnisse stammen aus dem HIS⁴-Projektbericht vom Dezember 2009 "Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen", der auf einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08 beruht.

Abb. 2

Leistungsprobleme als ausschlaggebender Grund des Studienabbruchs bei Studienabbrechern der Jahre 2000 und 2008 nach Fächergruppen, Angaben in %



Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften

Studienabbruchquote 28%

Die Studienabbruchquote in der Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften hat sich in den letzten Jahren nicht verringert. Mit 28% liegt sie über dem Durchschnitt der universitären Studiengänge.

Auch wenn es hinsichtlich des Abbruchverhaltens zwischen den Studienbereichen, die zu der Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften gehören, einige Unterschiede gibt, so ist doch in allen Bereichen von einer Dominanz der Leistungsproblematik auszugehen. Jeder dritte Studienabbruch in dieser Fächergruppe ist durch Probleme mit den Studienanforderungen bedingt. Zählt man die Studienabbrecher hinzu, die in Prüfungen gescheitert sind, dann liegt dieser Wert für den Abbruch wegen unzureichender Leistungen bei zwei Fünfteln aller Exmatrikulationen ohne Examen.

Das Nichtbewältigen von Studienanforderungen hat dabei in den letzten zehn Jahren stark an Bedeutung gewonnen. Der Anteil an entsprechend bedingter Studienaufgabe hat sich mehr als verdoppelt. Es ist gerade auch in der Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften davon auszugehen, dass diese Entwicklung im Zusammenhang mit der Einführung der Bachelor-Studiengänge steht. Die anspruchsvollen Studien- und Prüfungsanforderungen schon in den ersten Studiensemestern werden als Leistungsverdichtung erfahren, die für viele Studierende ohne entsprechende Betreuung und Unterstützung nicht zu bewältigen ist. Vor allem das Erarbeiten des mathematischen und naturwissenschaftlichen Grundwissens stellt die Studierenden zum Teil vor erhebliche Probleme.

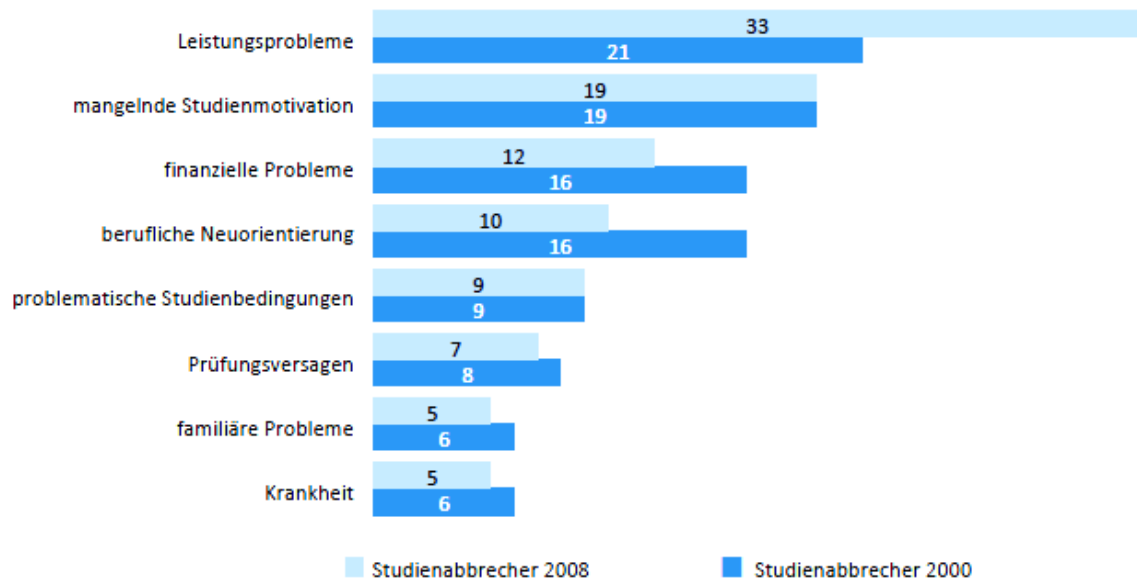
Nicht wenigen Studienabbrechern mangelt es dann auch an Motivation, sich den hohen Studienanforderungen in diesen Studiengängen zu stellen. Dieser Aspekt stellt den zweitwichtigsten Grund für einen Studienabbruch unter den Studierenden in mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern dar.

Als weitere Ursachen sind noch finanzielle Schwierigkeiten, berufliche Neuorientierung und unzureichende Studienbedingungen von Belang. Sie werden von jeweils einem Zehntel der Studienabbrecher als für den Studienabbruch ausschlaggebend angegeben.

⁴ HIS: Hochschul-Informationen-System, stellt u.a. Informationen, Analysen und Expertisen rund um das Hochschulwesen bereit und führt Studierenden- und Absolventenforschung durch. Nähere Informationen: www.his.de

Abb. 3

Ausschlaggebende Abbruchgründe: Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften an Universitäten, Angaben in %



Studienbereich Mathematik

Studienabbruchquote 31%

Im Studienbereich Mathematik ist mit 31% der Studienanfänger eines Jahrgangs eine anhaltend hohe Studienabbruchquote zu registrieren. Ihr liegen vor allem beträchtliche Probleme mit den Anforderungen dieses Studiums zugrunde. Von den Leistungsproben, die im Mathematikstudium schon in den ersten Semestern kontinuierlich zu erbringen sind, fühlen sich nicht wenige Studierende überfordert, vor allem jene, die auf das Studium unzureichend vorbereitet sind oder denen es an entsprechenden mathematischen Fähigkeiten mangelt. Den Studierenden wird ein hohes Maß an eigenverantwortlichem Arbeiten abgefordert, da viele Studienaufgaben im Selbststudium zu erbringen sind und teilweise im Wochentakt eingereicht werden müssen. Wer dies nicht schafft oder nur ungenügende Ergebnisse liefert, kann nicht zu den Klausuren und Prüfungen zugelassen werden. Diese Art und Weise der Anforderungsgestaltung erklärt, warum kaum Studierende wegen Prüfungsversagen ihr Studium vorzeitig verlassen mussten. Insgesamt betrifft der Abbruch aufgrund von Leistungsproblemen ein Drittel aller Studienabbrecher dieses Bereichs. Zur angespannten Leistungssituation trägt sicher auch der relativ offene Zugang zum Mathematikstudium bei. Einige Studierende nehmen dieses Studium auf, ohne vorher ihre eigene Leistungsfähigkeit mit den Anforderungen des Studiums abzugleichen. Sie müssen meist schon zu einem frühen Zeitpunkt das Studium aufgeben.

Bei einem weiteren Viertel der Studienabbrecher sind Motivationsprobleme ausschlaggebend für die vorzeitige Exmatrikulation. Sie haben das Studium häufig mit falschen Erwartungen angetreten. Zum Teil waren sie sich nicht nur zu wenig über die Studieninhalte im Klaren, sondern wussten auch zu wenig von den Leistungsanforderungen und ihrem eigenen Leistungsvermögen. Ihre Vorstellungen vom Mathematikstudium sind vor allem vom Schulunterricht geprägt gewesen und weniger von den wirklichen Inhalten des Studiums.

Ein Teil der Studienabbrecher scheitert an den konkreten Studienbedingungen des Mathematikstudiums. Die betreffenden Studierenden klagen dabei vor allem über Probleme mit der Studienorganisation, mit dem mangelnden Berufsbezug der Lehre und mit der fehlenden Betreuung.

Abb. 4

Ausschlaggebende Abbruchgründe: Studienbereich Mathematik an Universitäten, Angaben in %

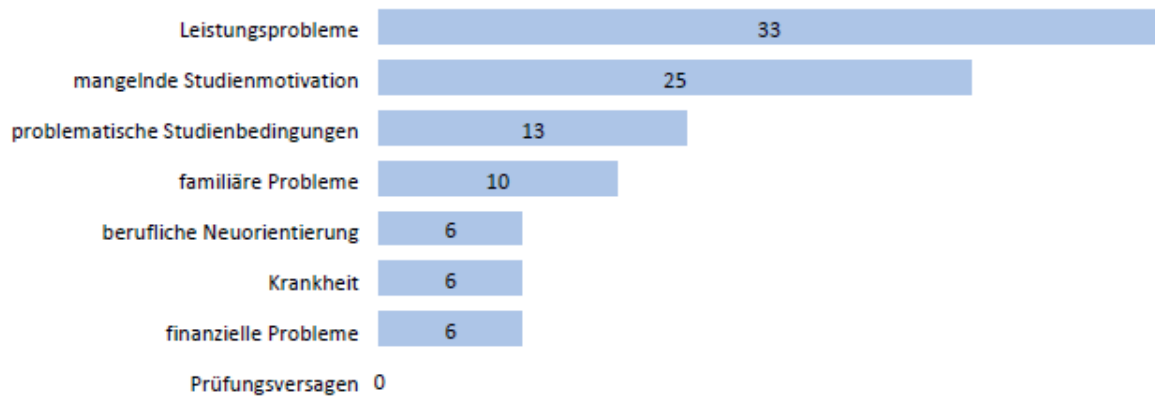
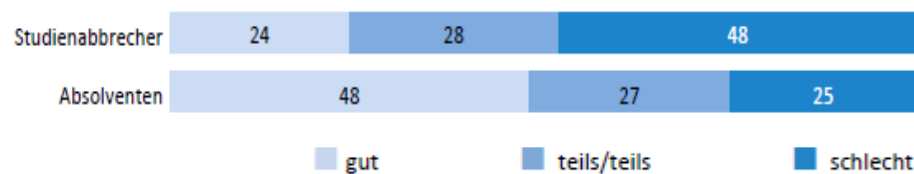


Abb. 5

Schulische Vorbereitung des Studiums aus Sicht der Studienabbrecher und Absolventen in der Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften, Angaben in Prozent



Neuere Untersuchungen zeigen, dass sich diese Situation auch rund 5 Jahre später nicht wesentlich verändert hat. Die folgenden Ergebnisse stammen aus dem HIS-Bericht „Aktuelle Befunde zur Entwicklung des Studienabbruchs“ vom Oktober 2012. Sie beziehen sich auf Absolventen im Jahre 2010.

Abb. 6

Studienabbruchquote im Bachelorstudium an Universitäten nach Fächergruppen, Angaben in Prozent

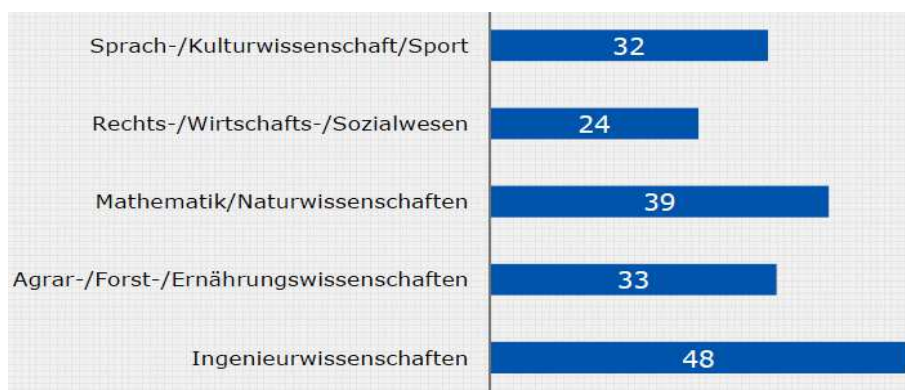
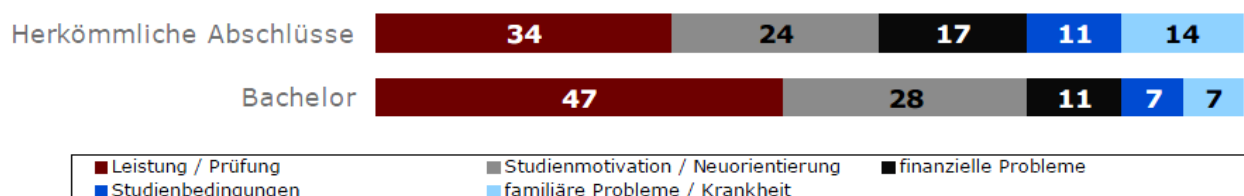


Abb. 7

Gründe des Studienabbruchs in Mathematik/Naturwissenschaften, Angaben in Prozent



2.3.4 Wichtige Grundlagen für Studiengänge mit Mathematik-Anteilen

Eingangstests (Beispiele in 2.3.1 und Anhang 3) zeigen, dass viele Studierende Probleme mit den Mathematik-Anforderungen im Studium haben. Dies wird bestätigt durch die Untersuchungen zu den Gründen für einen Studienabbruch (vgl. 2.3.3). In der Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften wird etwa ein Drittel der Studienabbrüche mit Leistungsproblemen begründet.

Genauere Analysen zeigen, dass die Probleme weniger im Bereich der Höheren Mathematik liegen, sondern dass die Grundlagen aus der Sekundarstufe I das größte Hindernis für ein erfolgreiches Studium in den Fächern mit Mathematik-Anteilen darstellen. Defizite in den Inhalten, die im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I zum „Grundwissen“ gezählt werden können, machen sich offenbar nicht nur in der gymnasialen Oberstufe sondern bis in das Studium hinein bemerkbar.

In den Studiengängen, in denen Mathematik eine wichtige Rolle spielt, kommen Kenntnisse und Fertigkeiten aus dem Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe hinzu, deren Beherrschung sich als wesentlich für den Studienerfolg erweist.

In Anhang 4 sind diejenigen unverzichtbaren mathematischen Kenntnisse und Fertigkeiten zusammengestellt, die aus Sicht der Universitäten verfügbar (oder leicht reaktivierbar) sein sollten, damit Studiengänge mit wesentlichen Mathematik-Anteilen problemlos bewältigt werden können.

2.4 Mathematikkenntnisse im Spannungsfeld von Angebot und Nachfrage

Die Erfahrungen aus Eingangstests in Wirtschaft und Hochschule zeigen, dass die meisten Probleme sich daraus ergeben, dass **mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten aus dem Bereich der Sekundarstufe I nicht mehr hinreichend verfügbar** sind.

Zu vergleichbaren Ergebnissen gelangte auch Dipl.-Psych. Klaus-Jürgen Gebert, der im Rahmen des BLK-Programms SINUS-Transfer anhand der am häufigsten verwendeten Einstellungstests untersuchte, welche mathematischen Grundkenntnisse und Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern für eine erfolgreiche Berufsausbildung in einem Ausbildungsberuf und für das spätere Berufsleben gefordert werden.⁵ Im Folgenden sind zentrale Ergebnisse seiner Studie wiedergegeben.

„Als zentrale mathematische Kompetenzen lassen sich aus den verschiedenen Einstellungstests vier Kompetenzbereiche ableiten, die in vielen Verfahren erfasst/benötigt werden:

- Rechnerische Gewandtheit
- Räumliches Vorstellungsvermögen
- Umgang mit Zahlen
- Mustererkennung / Problemlösen“.

In Anhang 5 sind Beispielaufgaben zu diesen Bereichen angegeben, die auch verdeutlichen, welche Aufgabenformate u.a. bei Einstellungstests verwendet werden.

„Für einen erfolgreichen Einstieg in das Berufsleben ist es nicht allein ausreichend, die Hürde des Einstellungsverfahrens zu überspringen. Dieser Einstieg gelingt nur dann, wenn die Anforderungen der theoretischen und praktischen Ausbildung ebenso bewältigt werden wie die täglichen beruflichen Anforderungen.

Die folgende Darstellung von für die theoretische und praktische Berufsausbildung sowie das weitere Berufsleben relevanten mathematischen Grundfertigkeiten beruht auf eigenen Erfahrungen bei der anforderungsanalytischen Bearbeitung verschiedener Berufsbilder sowie der Analyse ausgewählter Ausbildungsrahmenpläne. Sie erhebt keinen Anspruch auf Repräsentativität und Vollständigkeit.

Mathematische Grundfertigkeiten, die für eine Vielzahl von Ausbildungsgängen zur Bewältigung der theoretischen Ausbildungsinhalte benötigt und vorausgesetzt werden sind:

- Die Beherrschung der vier Grundrechenarten, der Mengenlehre und von größer/kleiner Relationen für rationale Zahlen: sicher, schnell, fehlerfrei und im Kopf
- Bruchrechnung
- Prozentrechnung
- Dreisatz
- Potenzen und Wurzeln
- Das Prinzip mathematischer Gleichungen, Umstellen und Lösen von Gleichungen (linear, eine Unbekannte)
- Sinnvoller Umgang mit Einheiten, Umrechnen von Einheiten

⁵ Dipl.-Psych. Klaus-Jürgen Gebert: „Mathematische Grundkenntnisse und Kompetenzen beim Berufseinstieg“, Berlin 2006.

- Messen und konstruieren von Strecken, Flächen und Körpern
- Winkelberechnung (über Winkelsummen) in Drei- und Vierecken
- Erkennen gleicher Winkelgrößen an sich schneidenden Geraden
- Ermittlung von Flächen- und Rauminhalten, Kantenlängen, Höhen und Diagonalen in Flächen (Dreieck, Viereck, Mehreck, Kreis, Würfel, Quader, Pyramide, Dreiecksäule, Kugel, Zylinder)
- Zusammensetzen komplexer Körper und Flächen aus einfachen Figuren.
- Verwendung von Rechenhilfen (Taschenrechner, Tabellenkalkulation)
- Verständnis graphischer Darstellungen und Tabellen.

Für einzelne Ausbildungsberufe werden weiterführende Fertigkeiten benötigt. Diese Ausbildungsberufe werden jedoch vorrangig an Abiturienten vergeben. Für die praktische Ausbildung und den späteren Berufserfolg sind zusätzliche mathematische / logische Fertigkeiten notwendig. Von besonderer Bedeutung sind folgende Fertigkeiten:

- a) Überschlagsrechnung und Schätzen
- b) Anwenden mathematischer Methoden auf unbekannte und wechselnde Problemstellungen, Auswahl der passenden Methoden aus dem beherrschten Methodenpool
- c) Allgemeines Problemlösen: Erkennen von Problemstellungen, Zusammenhängen und Lösungsmustern
- d) Identifikation relevanter Informationen unter einer Vielzahl irrelevanter Informationen
- e) Mentales Hantieren mit dreidimensionalen Objekten.

Erfahrungsgemäß haben Auszubildende aber auch viele Berufserfahrene und sogar Universitätsabsolventen Schwierigkeiten vor allem mit den Punkten b, c, d sowie der sicheren Beherrschung der zu verwendenden Methoden."

3 Maßnahmen zur Verbesserung der mathematischen Kompetenzen der Schulabgängerinnen und -abgänger

3.1 Repetitio est mater studiorum – Grundkompetenzen sicher verankern

Im Rahmen des Schulversuchs SINUS bzw. SINUS-Transfer, in den von 1998 bis 2011 in Rheinland-Pfalz ein erheblicher Anteil aller allgemeinbildenden Schulen mit Sekundarstufe I einbezogen war, standen zwei Arbeitsschwerpunkte im Mittelpunkt: „Grundwissen sichern“ und „Offene Aufgaben“. Insbesondere die Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen haben eine beachtliche Wirkung entfaltet. Zum einen haben sie sich auch über die SINUS-Schulen hinaus verbreitet, zum anderen wird von den Lehrkräften berichtet, dass Schulabgängerinnen und -abgänger mit dem Abschluss „Berufsreife“ oder dem qualifiziertem Sekundarabschluss I durch diese Maßnahmen bessere Erfolgchancen bei Einstellungstests haben. Als Konsequenz sind Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen im neuen Rahmenlehrplan Mathematik Kl. 5 bis 9/10 für Rheinland-Pfalz verbindlich festgeschrieben.

Ergebnisse des Modellversuchs SINUS haben gezeigt, dass sowohl durch das Sichern von Grundwissen als auch durch eine Veränderung der im Unterricht eingesetzten Aufgaben Fortschritte bei den erwünschten Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler erzielt werden können. Beim **Sichern von Grundwissen** geht es darum, dass durch entsprechendes Üben und Wiederholen, das auf unterschiedliche Arten in den Unterricht eingebettet sein kann, ein bestimmter Katalog von Fertigkeiten und Fähigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern einsatzbereit gehalten werden soll. An dessen Erhalt arbeiten sie eigenverantwortlich und aktiv mit, indem sie z. B. mithilfe von Büchern oder Lernprogrammen Lücken schließen oder selbstständig üben. Dabei umfasst das Sichern von Grundwissen nicht nur einfache Rechentechniken, sondern muss vielmehr auch auf Verständnissicherung, auf Einsatz in unterschiedlichen Kontexten und auf Breite hinsichtlich der angesprochenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen ausgerichtet sein. Rückmeldungen über den erfolgten Lernzuwachs sowie über Schwächen helfen, einzelne Schülerinnen und Schüler individuell zu fördern.

Rahmenlehrplan Mathematik Sekundarstufe I Rheinland-Pfalz, S. 7.

5.2 Zu beurteilende Leistungen

Einer Bewertung und Beurteilung sind nur Leistungen zugänglich, die tatsächlich in ihren Ausprägungen beschreibbar sind und festgestellt werden können. Diese lassen sich folgenden Kategorien zuordnen:

- **Mathematisch kompetenzorientierte Leistungen** (vgl. Abschnitt 2.1) in klassenstufenspezifischen Ausprägungen entsprechend den Erwartungshorizonten,
- **Inhalts- und ergebnisorientierte Leistungen** (vgl. Abschnitt 2.2) entsprechend den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen,
- **Kumuliertes Grundwissen**, sofern es durch regelmäßige Übung im Unterricht gesichert ist,

Rahmenlehrplan Mathematik Sekundarstufe I Rheinland-Pfalz, S. 12.

Abb. 8

Aus den Anregungen zur Umsetzung des Rahmenlehrplans Mathematik - Varianten der thematischen Anordnung.

In allen Varianten ist das Sichern von Grundwissen mit 20 Minuten pro Woche verankert.

Variante 3 (Mittlerer Schulabschluss): Klassenstufe 7 (91 Stunden)		
Schwerpunkthemen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte
L4: Zuordnungen und Funktionen (16 Stunden) Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	L4: Zuordnungen und Funktionen (4 Stunden) Grundlagen	Einsatz einer Tabellenkalkulation
L3: Raum und Form (12 Stunden) Symmetrische Figuren, Grundkonstruktionen	L3: Raum und Form (8 Stunden) Geometrische Abbildungen	Projekt "Parkette des M. C. Escher"
L1: Prozent- und Zinsrechnung (20 Stunden)	L4: Terme und Gleichungen Teil I (5 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen	Projekt "Energiesparen in der Schule"
	L5: Daten und Zufall (8 Stunden) Daten	
L5: Daten und Zufall (8 Stunden) Zufällige Erscheinungen		
L1: Rationale Zahlen (6 Stunden) Addition und Subtraktion	L4: Terme und Gleichungen Teil I (4 Stunden) Komplexere Terme	Erstellen eines Zeitstrahls

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Aus der Verwaltungsvorschrift "Zahl der benoteten Klassenarbeiten in den Pflichtfächern an Realschulen plus, Gymnasien und Integrierten Gesamtschulen (Klassenstufen 5 bis 10)" vom 12. Juli 2012:

"Die Aufgabenstellung soll unter Beachtung der Lernanforderungen aus dem Unterricht erwachsen. Sie umfasst Inhalte des vorangegangenen Unterrichts sowie im Sinne eines kumulativen Kompetenzerwerbs auch Grundlagenwissen des Faches, das durch geeignete Maßnahmen verfügbar gehalten wird."

Die Forderungen im rheinland-pfälzischen Rahmenlehrplan Mathematik für die Klassenstufen 5 bis 9/10 wie auch die explizite Aussage, dass auch Grundlagenwissen des jeweiligen Faches Bestandteil von Klassenarbeiten ist, bilden eine wichtige Voraussetzung dafür, dass im Mathematikunterricht Wissen und Fähigkeiten erworben und dauerhaft verfügbar gehalten werden können, die für Beruf und Studium benötigt werden.

Auf Grund der in 2.2 und 2.3 beschriebenen Ergebnisse wird es für wichtig erachtet,

- dafür zu sorgen, dass – wie im Rahmenlehrplan Mathematik für die Klassenstufen 5 bis 9/10 festgelegt – Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen tatsächlich an allen weiterführenden Schulen dauerhaft etabliert werden,
- Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen auch auf die gymnasiale Oberstufe auszuweiten und
- darauf hinzuarbeiten, dass Grundwissen-Aufgaben in Klassen- und Kursarbeiten einbezogen werden, wie es in der Verwaltungsvorschrift über die Klassenarbeiten vorgesehen ist (s.o.).

Damit diese Maßnahmen Wirkung entfalten können, ist es erforderlich, zunächst festzulegen, was im Einzelnen zum „Grundwissen“ gezählt werden soll. Hierbei geht es nicht um „Wissen“ im engeren Sinne sondern um Kenntnisse (z.B. Sätze, Formeln, Regeln), Fertigkeiten (z.B. sicheres Anwenden bestimmter Lösungsalgorithmen) und Fähigkeiten (z.B. Erkennen von Strukturen). Daher ist es treffender, von „Grundkompetenzen“ zu sprechen. Für die Sekundarstufe I wurde hierfür im Rahmen von SINUS ein Fragenkatalog entwickelt, der den Mathematikfächschaften der Schulen als Grundlage für die Erarbeitung eines „Grundwissenkatalogs“ dienen soll (siehe Anhang 6). In den Mathematik-Fachschaften aller weiterführenden allgemeinbildenden Schulen sollte eine Diskussion darüber geführt werden, was im Einzelnen zu den Grundkompetenzen zu zählen ist, die dauerhaft verfügbar gehalten werden müssen.

Darüber hinaus können die in SINUS erprobten Organisationsformen und Umsetzungshinweise zum Sichern der Grundkompetenzen eine Anregung für die eigene Arbeit geben. (Anhang 7)

Bei allen Bemühungen um das Sichern von Grundwissen (insbesondere bei der Erarbeitung von „Grundwissenkatalogen“) ist zu beachten, dass zum Grundwissen im o.g. Sinn nicht nur diejenigen Inhalte gehören, die für bestimmte Berufe benötigt werden, sondern auch andere, die eher allgemeinbildenden Charakter haben.

Alle diese Maßnahmen sind bereits im Rahmenlehrplan Mathematik für die Klassenstufen 5 bis 9/10 verankert. Es muss nun darum gehen, eine nachhaltige Umsetzung zu gewährleisten und dabei eine kontinuierliche Rückkopplung mit den Ausbildungsbetrieben und Hochschulen sicher zu stellen, welche die anschließende Phase in der Bildungsbiografie der Jugendlichen gestalten.

Um das Sichern von Grundkompetenzen sowie die Rückkopplung mit Hochschulen und Betrieben nachhaltig in den Schulen zu verankern, werden folgende Maßnahmen vorgeschlagen:

- (a) Vonseiten der Hochschulen wird in jedem Jahr ein Grundwissentest im Internet zur Verfügung gestellt. Schülerinnen und Schüler sind aufgefordert, diesen Test zu bearbeiten (freiwillig). Der Test wird entweder von Lehrkräften korrigiert oder es erfolgt eine automatisierte Korrektur. Einmal pro Jahr findet ein Rückmeldegespräch zwischen Vertretern von Schulen und Hochschulen statt mit dem Ziel, Anforderungen und Ergebnisse des Tests noch besser an die Realität anzupassen.
- (b) In allen weiterführenden allgemeinbildenden Schulen ist je ein Grundwissentest für alle Schülerinnen und Schüler am Ende der Klassenstufe 9 und zu Beginn der Jahrgangsstufe 12 verbindlich. Die Tests werden benotet und gehen als sonstige Leistung in die Zeugnisnote bzw. in Jahrgangsstufe 12 in die Halbjahresnote ein. Die Tests werden im Berufswahlportfolio dokumentiert.

Beide Tests werden von einer Arbeitsgruppe erstellt, in der Schulen, Ausbildungsbetriebe und Hochschulen vertreten sind. Jeweils zum Schuljahresende findet in der Arbeitsgruppe ein Rückmeldegespräch statt mit dem Ziel, Anforderungen und Ergebnisse des Tests noch besser an die Realität anzupassen.

3.2 Anwendungsbezug im Mathematik-Unterricht

Insbesondere in Bildungsgängen, die zum Abschluss der Berufsreife oder zum qualifizierten Sekundarabschluss I führen, ist es wichtig, dass Schülerinnen und Schüler erleben, welche Mathematikkenntnisse und -fertigkeiten in den verschiedenen Berufen benötigt werden, und wofür sie benötigt werden. Praxisorientierte Aufgabenstellungen und betriebliche Anwendungen der Mathematik stellen einen konkreten Bezug zur (künftigen) Lebenswelt der Lernenden her und steigern die Motivation. So leisten sie einen Beitrag zu einer realistischeren Selbsteinschätzung und rationalen Berufswahlentscheidung.

Ein so konzipierter praxisorientierter Mathematik-Unterricht kann am wirksamsten mit Unterstützung externer Partner, d.h. in Kooperation von Schulen und Ausbildungsbetrieben, verwirklicht werden. (Beispiele für konkrete Aufgaben aus Berufsausbildungen sind in Anhang 8 aufgeführt.)

Entsprechendes gilt für Schülerinnen und Schüler in Bildungsgängen, die zum Abitur führen. Auch Abiturientinnen und Abiturienten beginnen häufig (zunächst) eine duale Ausbildung. Und wenn sie sich für ein Studium entscheiden, ist es für sie wichtig, an konkreten Beispielen zu erfahren, welche Mathematikkenntnisse in welchen Studiengängen benötigt werden, und welche Rolle die Mathematik in den entsprechenden Berufstätigkeiten spielt. Hier geht es vor allem darum, Ängste vor Studiengängen mit Mathematik-Anteilen (z.B. Ingenieurwissenschaften) abzubauen, den Interessierten zugleich aber auch eine realistische Selbsteinschätzung zu ermöglichen. Kooperationen zwischen Schulen, Hochschulen und Unternehmen können dazu ebenso beitragen wie beispielsweise Selbst-Tests, die als Online-Tools bereits von verschiedenen Hochschulen angeboten werden.

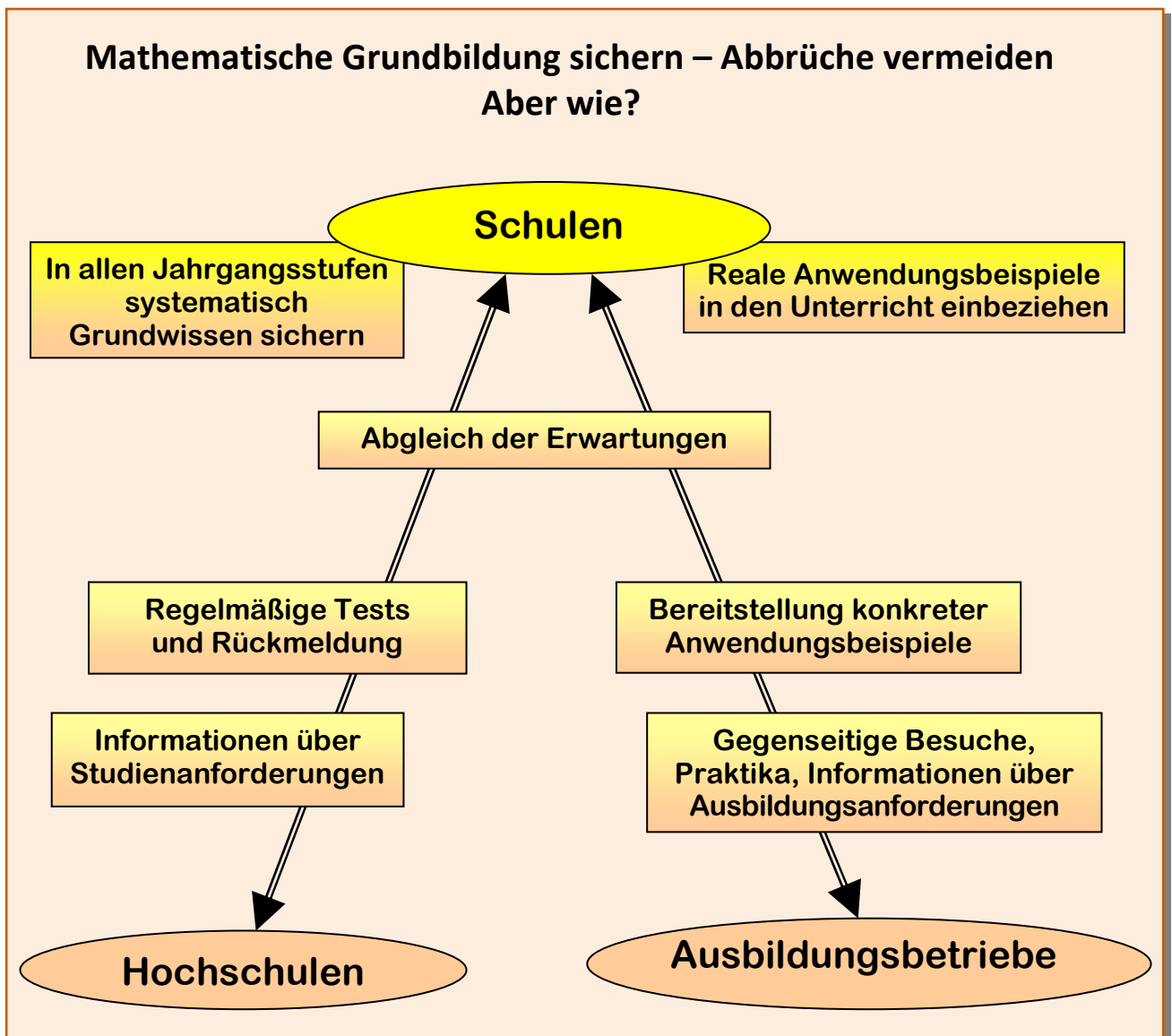
4 Zusammenfassung

Noch immer scheitern allzu viele Schulabgängerinnen und Schulabgänger bei einem Wechsel in Berufsausbildung oder Studium an unzureichenden Mathematik-Kenntnissen.

In erster Linie sind dabei nicht Defizite in der höheren Mathematik ausschlaggebend sondern eine mangelnde Beherrschung des Unterrichtsstoffs aus der Sekundarstufe I.

Die Arbeitsgruppe empfiehlt daher, dafür Sorge zu tragen, dass die in den rheinland-pfälzischen Lehrplänen geforderte systematische Sicherung von Grundwissen und -fähigkeiten in den Schulen konsequent umgesetzt wird.

Auch eine frühzeitige enge Kooperation der allgemeinbildenden Schulen mit Unternehmen und Hochschulen kann zu einem Abgleich der – heute oft noch sehr unterschiedlichen – Erwartungen beitragen und zugleich den Blick der Schülerinnen und Schüler für die Notwendigkeit mathematischer Grundkenntnisse aber auch für deren konkrete Einsatzfelder schärfen und die Wahl eines geeigneten Studienfachs oder Ausbildungsberufes erleichtern.



Die Intention der Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss⁶ und für den Mittleren Schulabschluss wie auch der im Oktober 2012 verabschiedeten Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife unterstützt dieses Anliegen, denn die Bildungsstandards zielen auf kumulatives Lernen und rücken diejenigen Kompetenzen in den Mittelpunkt, die Schülerinnen und Schüler zum Zeitpunkt des Schulabschlusses verfügbar haben.

"Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss werden als abschlussbezogene Regelstandards definiert. Sie

- greifen die Grundprinzipien des jeweiligen Unterrichtsfaches auf,
- beschreiben die fachbezogenen Kompetenzen einschließlich zugrunde liegender Wissensbestände, die Schülerinnen und Schüler bis zu einem bestimmten Zeitpunkt ihres Bildungsganges erreicht haben sollen,
- zielen auf systematisches und vernetztes Lernen und folgen so dem Prinzip des kumulativen Kompetenzerwerbs, ..."

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10),
Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2003,
Einleitung

"Als abschlussbezogene und in allen Ländern verbindliche Zielvorgaben bilden die Bildungsstandards der KMK eine wichtige Grundlage für die Entwicklung und Sicherung von Bildungsqualität in Schulen. Sie sollen schulische Lehr- und Lernprozesse auf eine kumulative und systematisch vernetzte Entwicklung von Kompetenzen orientieren, die auch für zukünftige Bildungsprozesse der Schülerinnen und Schüler bedeutsam sind."

Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife,
Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012
Einleitung

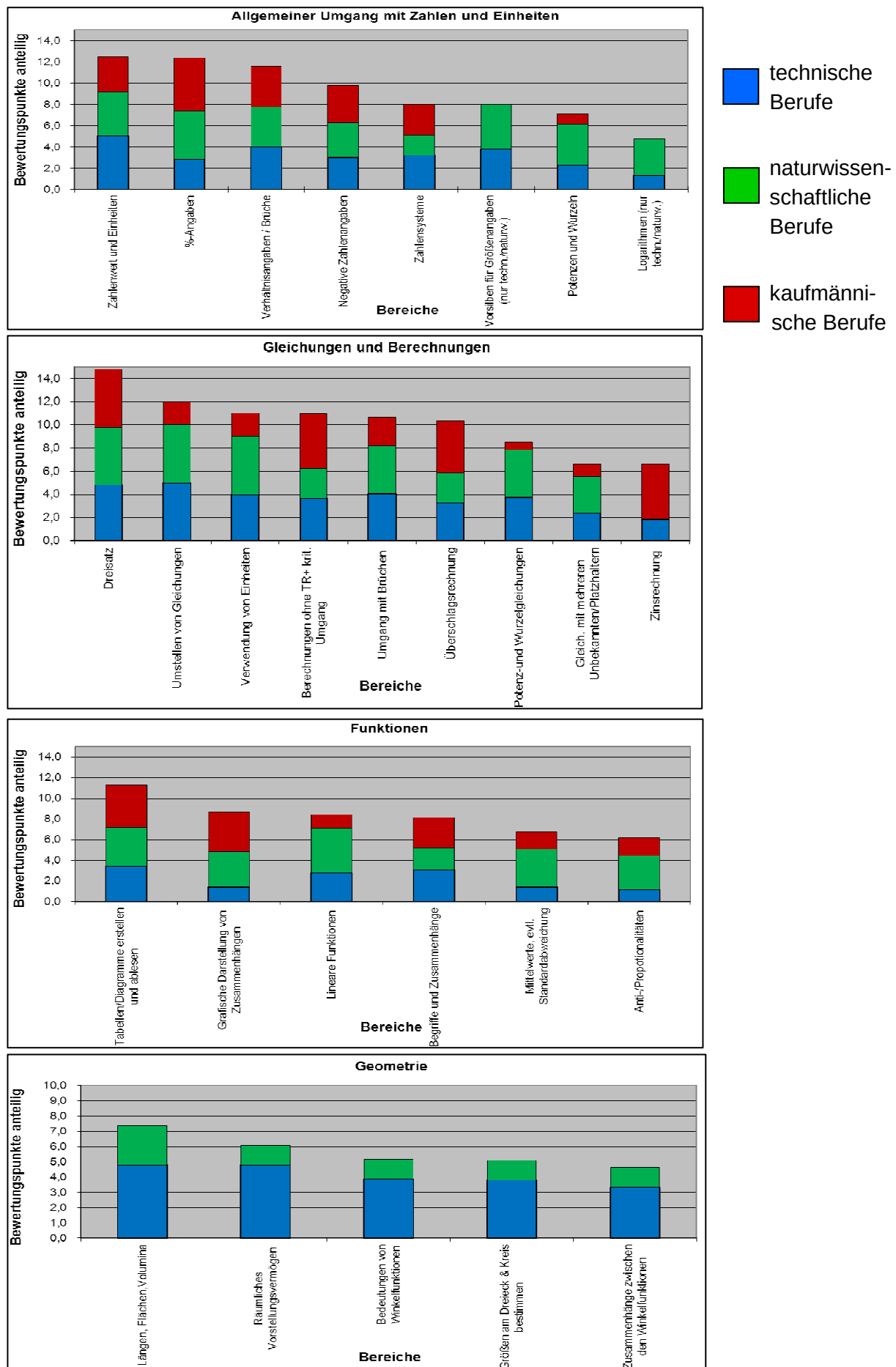
⁶ in Rheinland-Pfalz als Abschluss der Berufsreife bezeichnet

Anhang 1

Mathematikkenntnisse, die für einen erfolgreichen Einstieg in den Beruf benötigt werden (Einschätzung der Ausbilder)

1. Allgemeiner Umgang mit Zahlen und Einheiten
 - Zahlenwert und Einheiten (Volumen, Maße, Längen, Flächen, Winkelmaße...)
 - Verhältnisangabe / Brüche
 - Zahlensysteme (z.B. Dezimal- und Dualsystem)
 - Positive/Negative Zahlenangaben
 - % - Angaben
 - Positive/Negative Potenzen & Wurzeln
 - Logarithmen: log, ln (nur techn./naturw.)
 - Vorsilben für Größenangaben (nur techn./naturw.)
 - Einheiten umwandeln (nur kaufm.)
 - Variablen und Formeln (nur kaufm.)
2. Gleichungen und Berechnungen
 - Umstellung von Gleichungen nach verschiedenen Größen (systematisch)
 - Dreisatz
 - Umgang mit Brüchen (verschachtelte Brüche, gemeinsamer Nenner, Kürzen, Erweitern, Kehrwert, ...)
 - Verwendung, Umrechnung der Einheiten in Gleichungen und Überprüfung der Einheiten der Ergebnisgrößen
 - Potenz- / Wurzelgleichungen (umstellen und auflösen / Addition, Multiplikation, ...)
 - Überschlagsrechnung (Prüfung, ob ein Ergebnis im erwarteten Bereich liegt)
 - Berechnung ohne Taschenrechner und kritischer Umgang
 - Gleichungen mit mehreren Unbekannten und Umgang mit abweichenden Benennungen von Platzhaltern
 - Zinsrechnung
3. Funktionen
 - Tabellen/Diagramme erstellen / ablesen
 - Begriffe und Zusammenhänge
 - Lineare Funktionen (Achsenabschnitte, Steigung, Fläche unter der Kurve, ...)
 - Mittelwerte, evtl. Standardabweichung
 - Grafische Darstellung von Funktionen/Zusammenhängen (xy, Balken, Säulen, Torten interpretieren)
 - Anti-/ Proportionalitäten
4. Geometrie (*nur für technische und naturwissenschaftliche Berufe gefordert*)
 - Längen/Flächen/Volumen von Grundkörpern berechnen (Einheit beachten)
 - räumliches Vorstellen von dreidimensionaler Körpern (Abwicklung, einfache techn. Zeichnung)
 - Größenbestimmung am Dreieck / Kreis bestimmen (Winkel, Bogen, Sehne, ...)
 - Winkelfunktionen in ihrer Bedeutung verstehen
 - Zusammenhänge zwischen Winkelfunktionen

Priorisierung dieser Kenntnisse und Fähigkeiten nach Wichtigkeit für den Beruf:



Anhang 2

Mathematikkenntnisse von Auszubildenden

2a. Defizite im Bereich Mathematik, die bei Auszubildenden unterschiedlicher Berufe festgestellt wurden

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-TECHNISCHE BERUFE (weiß)

KAUFMÄNNISCHE BERUFE (gelb unterlegt)

Die folgenden Beispiele stammen aus einer nicht repräsentativen Umfrage bei rheinland-pfälzischen Unternehmen, die für mathematisch-naturwissenschaftlich-technische oder kaufmännische Berufe ausbilden. Die Beispiele verdeutlichen typische festgestellte Defizite der Auszubildenden im Bereich Mathematik. Bei einigen Beispielen ist angegeben, welcher Anteil der Auszubildenden die Aufgabe in der Regel falsch löst und welches die Gründe dafür sind. Die Auszubildenden verfügen in der Regel über den Mittleren Schulabschluss, in bestimmten Berufen auch über den Abschluss der Berufsreife (früher: Hauptschulabschluss), und auch Abiturientinnen und Abiturienten sind vertreten.

Grundrechenarten, auch Terme mit Klammern

3422 : 14,5 =	40% falsch
5+295 * 21 =	30% falsch Problem: Punkt vor Strich
1,226 x 0,124 =	
0,0986 : 0,0058 =	
9876 - [876 - (76 - 6)] [99 x (3 x 9 - 7) + 0 x 3 : 51] : (99 - 9 x 11) 119 : ____ = 7 119 : ____ = 1 Welche Zahl muss man durch 223 dividieren, um 9 zu erhalten?	
(-17) * (-3) (-1001) : (-11) 456 - (-789) (-45 + 66) : (+35 - 56) -2005 - ____ = 2006	Problem: negative Zahlen

Rechnen mit Brüchen

2/3 + 5/7 + 3/4 =	
5/16 x 3/4 =	
0,75 * 1/8 =	32% falsch Problem: Umwandlung Brüche ↔ Dezimalzahlen
Drücken Sie den Kehrwert von $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ durch einen Bruch aus, der im Zähler und im Nenner keine weiteren Brüche enthält.	100% falsch
Kürze: $\frac{42}{96}$ Berechne: $\frac{4}{15} + \frac{1}{3}$ $7 - \frac{9}{20} - 2\frac{3}{4}$ $8 + 2\frac{7}{20} + \frac{3}{20}$	

Rechnen mit Variablen

Subtrahieren Sie $(-U_0)$ von $(-W_0)$. Geben Sie die Antwort in Form einer Gleichung an und berechnen Sie das Ergebnis für $U_0 = 7$ und $W_0 = 2$.	60% falsch Problem: nicht richtig gelesen
--	--

Zehnerpotenzschreibweise

Die Wellenlänge des Lichtes einer bestimmten Spektrallinie ist $5,981 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$. Wie viele dieser Wellenlängen enthält 1m?	50% falsch
Wie groß ist die Masse des Heliumatoms, wenn sich in 4g Helium $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ Atome befinden?	50% falsch
Zwei Gramm H_2 -Gas enthalten $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ Moleküle. Wie groß ist die Masse des Wasserstoffatoms? (In jedem H_2 - Molekül befinden sich zwei Atome).	50% falsch

Einheiten umrechnen

987g in kg umrechnen	
127 dm^3 in m^3	
$S = 50 \text{ km/h} \cdot 1 \text{ s}$	
Welche Gesamtfläche in m^2 ergibt sich aus den folgenden Teilflächen? $3500 \text{ dm}^2 + 0,12 \text{ m}^2 + 232600 \text{ mm}^2 + 15,92 \text{ cm}^2 + 43,454 \text{ m}^2 =$	
Wie viele Stunden und Minuten sind 4786 Minuten?	
Verwandle in m^2 : $38\,403 \text{ mm}^2 =$ $684\,923 \text{ cm}^2 =$ $0,0043 \text{ dm}^2 =$	mehr als 50% falsch
Verwandle in m^3 : $8\,653\,279 \text{ mm}^3 =$ $9\,621 \text{ cm}^3 =$ $5,8 \text{ dm}^3 =$	mehr als 50% falsch
Berechne: $40 \text{ m}^2 - 13,25 \text{ m}^2 + 46 \text{ dm}^2 + 750 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$ $705 \text{ cm}^2 : 3 - 25,50 \text{ cm}^2 + 1,5 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$ $170 \text{ mm}^3 + 4 \text{ cm}^3 + 0,8 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{cm}^3$ $51 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 27 \text{ mm} \cdot 5\,000 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{m}^3$	mehr als 50% falsch
$35 \text{ cm}^3 = \dots\dots \text{mm}^3 = \dots\dots \text{Liter}$ $35,07 \text{ cm}^2 = \dots\dots \text{mm}^2$ $4 \text{ cL} = \dots\dots \text{m}^3$	mehr als 50% falsch

Prozentrechnung

Wie viel % sind 72 kg von 2400 kg?
Eine Ware kostet mit 19% Mehrwertsteuer 346,84 €. Schreibe einen Rechenausdruck auf, mit dem der Preis ohne Mehrwertsteuer berechnet werden kann.
Herr Müller spendet 9% seines LOTTO-Gewinns, nämlich 6 464 €, für den Bau eines Spielplatzes. Wie viel ist dann von seinem Gewinn noch übrig?
Verwandeln Sie die folgenden Brüche in Prozentzahlen: $1/4 = \dots\dots \%$ $3/25 = \dots\dots \%$ $4/5 = \dots\dots \%$ $1/20 = \dots\dots \%$

Lineare Gleichungen

Wie groß ist in der folgenden Gleichung der Wert von x ? $8x - 17 = 7x - 20$
Wie groß ist in der folgenden Gleichung der Wert von x ? $13x = 5,2$
$-7x + 5 = -5$ $\frac{1}{24}x = 0$ $(x - 7)(x + 3) = x(x + 2) + 5$ $2,6(x - 1) = -6,5(x + 1) - \frac{1}{2}(x - 7,8)$

Gleichungen aufstellen

Der Chef ist dreimal so alt wie der Lehrling und doppelt so alt wie seine Sekretärin. Sie sind zusammen 88 Jahre alt. Wie alt ist jeder einzelne?

Umformen von Termen mit Variablen, Umstellen von Formeln

A = (D ² - d ²) * 0,785 umstellen nach d	
Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke: a) $\frac{x^3 * (4x)^2}{(2x)^4}$ b) $\frac{(n^{2a})^3}{(n^6)^a}$	90% falsch
Lösen Sie nach v auf: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	70% falsch
$\frac{cde}{x} = ce$ $x =$ $\sqrt{5x+16} = 14$ $x =$ $R_C = \frac{U}{I_a} - R_A - R_V$ $I_a =$ $I_{St} = \frac{U}{R_e + R_V + R_A}$ $R_A =$	mehr als 50% falsch
Verschiedene Formeln nach der benötigten Größe umstellen: $a - x + x - a + x - a + 2x$ $-14b - (-7 + 2b)$ $(\frac{2}{3} - a)^2$ $X^3 \cdot X^7$ $5x^3 - 15x^2 + 25x$ $3st - 4s^4 + s$	
Löse folgende Formeln nach der angegebenen Variablen auf: $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ nach b $W = cm(\alpha - \varphi)$ nach φ $V = \frac{D-d}{2} * \frac{Lw}{L}$ nach d	

Dreisatz – direkte Proportionalität, umgekehrte Proportionalität

2 Pumpen leeren ein Wasserbecken in 7 Stunden. Wie viele gleiche Pumpen wären <u>zusätzlich</u> notwendig, wenn das Becken in höchstens 2 Stunden geleert werden müsste?
In einer Werkstatt werden von 11 Arbeitern monatlich 220 Geräte produziert. Auf welche Zahl muss die Belegschaft vergrößert werden, wenn in einem Monat 540 Geräte gefertigt werden sollen?
Um einen Graben auszuheben, arbeiten 50 Arbeiter 142 Tage. Wie lange benötigen 30 Arbeiter für den selben Graben?
55 Kisten Cola = 522,50 € 77 Kisten Cola = ?
Ein Wirt zapft an drei Tagen folgende Biermengen: 3 l, 4,6 l und 9,2 l. Für ein Glas (= 0,2 l) berechnet er 1,10€. Wie viel Geld hat er anschließend in seiner Bierkasse, wenn sie vorher leer war?

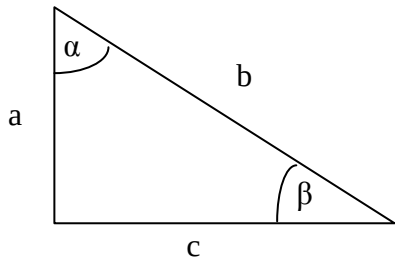
Zusammengesetzter Dreisatz

Zum Umbau der Geschäftsräume werden 6 Aushilfskräfte an 8 Tagen täglich 5 Stunden beschäftigt. Wie viel Stunden müsste täglich zusätzlich gearbeitet werden, wenn dieselbe Arbeit von 3 Aushilfskräften in 10 Tagen bewältigt werden soll?	Schwierig, auch für Abiturienten
Ein Löwe, ein Leopard und ein Schakal fressen zusammen ein Zebra. Der Löwe allein würde das Zebra in einer Stunde auffressen. Der Leopard würde drei Stunden brauchen, der Schakal sogar sechs Stunden. Wie lange fressen sie zusammen an dem Zebra?	

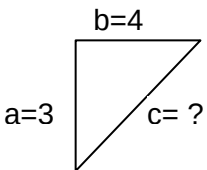
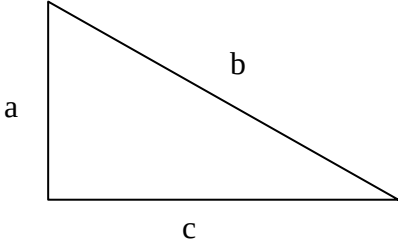
Potenz- und Logarithmengesetze

Aus $\lg 2 = 0,3010$ und $\lg 3 = 0,4771$ ergibt sich für $\lg 4 = 0,6020$ und für $\lg 6 = 0,7781$. Wie groß ist $\lg 5$, $\lg 8$ und $\lg 9$?	95% falsch
Berechne die Potenzwerte: $4^3 \cdot 5^3 =$	mehr als 50% falsch

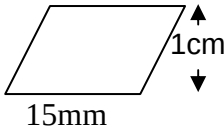
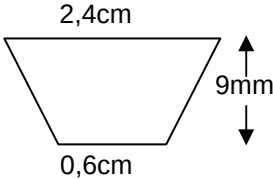
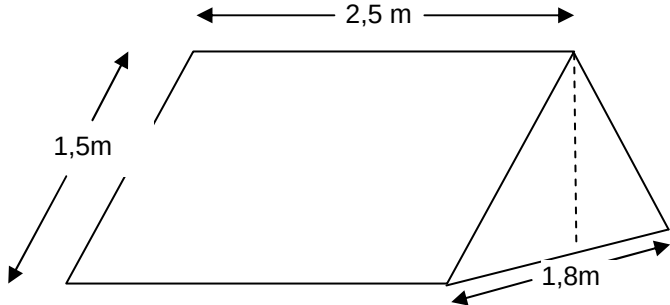
Trigonometrie im Dreieck

	a) $\alpha = 35^\circ$; $a = 19\text{cm}$; $b = ?$ b) $a = 13\text{cm}$; $b = 27\text{cm}$; $\alpha = ?$ c) $\beta = 35^\circ$; $a = 17\text{cm}$; $b = ?$ d) $b = 37$; $c = 25\text{cm}$; $\beta = ?$
---	--

Geometrie im Dreieck, vor allem Satz des Pythagoras

Berechnen Sie die Länge c 	50% falsch
 a) $a = 6\text{cm}$; $b = ?$; $c = 13\text{cm}$ b) $a = ?$; $b = 27\text{cm}$; $c = 14\text{cm}$	
Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks ist 5cm. Wie lange ist jede Seite?	95% falsch

Umfang, Flächeninhalt, Volumen

Wie groß ist der Umfang und der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Kantenlänge von 30 mm?
Wie groß ist der Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser von 8 cm?
Abschätzung der Größe des zu verarbeitenden Materials → Bestellung veranlassen
 
Berechne die Oberfläche des Zeltes (einschließlich Boden!).

Welche Breite hat ein 25 m langes, 2 m tiefes Schwimmbecken, das 600.000 L Wasser fasst?
Wie berechnet man die Fläche eines Quadrates? Wie das Volumen eines Würfels?

2b. Langzeitstudie der BASF SE über elementare Rechenkenntnisse bei Ausbildungsplatzbewerberinnen und –bewerbern

Aufgabenbeispiele aus der Studie:

$17 + 77 =$	$165 + 98,2 =$	$67,3 + 135,8 =$	$85,13 + 16,07 =$
$141 - 54 =$	$203 - 39,1 =$	$205 - 58,03 =$	$365,4 - 76,63 =$
$14 \times 17 =$	$15 \times 0,16 =$	$1,7 \times 20 =$	$0,31 \times 1,9 =$
$128 : 16 =$	$196 : 1,4 =$	$0,328 : 80 =$	$1,20 : 0,15 =$
3% von 95 =	2,5% von 260 =	2,5 = ?% von 50	9,1 = ?% von 130

Anhang 3

Einstufungstest TU Kaiserslautern Sommersemester 2009



Prof. Dr. Sven O. Krumke
Dipl.-Math. Heike Sperber



Eingangstest

Dieser Eingangstest wird *nicht* benotet oder in irgendeiner Form persönlich gewertet. Die Abgabe erfolgt *absolut anonym*. Wir führen diesen Test lediglich durch, um eine allgemeine Einschätzung über das vorhandene Schulwissen und den aktuellen Leistungsstand zu erhalten.

Studiengang / angestrebter Abschluss: Bitte zutreffendes ankreuzen.

- | | |
|--|---|
| ☐ Bachelor of Science, Mathematik mit Nebenfach | ☐ Bachelor of Education, Lehramt an |
| ☐ Biologie | ☐ Gymnasium ☐ BBS |
| ☐ Chemie | ☐ Realschule |
| ☐ E-Technik | mit weiterem Fach |
| ☐ Informatik | ☐ Biologie ☐ Bautechnik |
| ☐ Maschinenbau | ☐ Chemie ☐ E-Technik |
| ☐ Physik | ☐ Informatik ☐ Holztechnik |
| ☐ Wirtschaft | ☐ Physik ☐ Metalltechnik |
| | ☐ Sozialkunde ☐ Technische Informatik |
| | ☐ Sport |
| ☐ Diplom, Physik | |
| ☐ Sonstige: | |

Aufgabe 1

Ordnen Sie folgende reelle Zahlen richtig an, indem Sie die Anordnungssymbole „<“, „>“ oder „=“ einsetzen:

- | | |
|---|---|
| (a) 0.8 $\frac{3}{4}$ | (b) $\frac{4}{9}$ 0.4 |
| (c) $\frac{5}{8}$ $\frac{15}{24}$ $\frac{14}{23}$ | (d) 1.3 $\frac{13}{11}$ $\frac{11}{13}$ |

(2 Punkte)

Aufgabe 2

Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist die folgende Gleichung reell lösbar? Geben Sie die Lösung in Abhängigkeit von a an:

$$x^2 + ax = -4$$

(2 Punkte)

Aufgabe 3

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion mit der Vorschrift $f(x) := 2x^3 - 6x^2 + 4x$. Bestimmen Sie alle Nullstellen von f und bestimmen Sie die Steigung von f an einer beliebig ausgewählten Nullstelle.

(2 Punkte)

Aufgabe 4

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_0^1 \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}a \cdot e^{2x} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}a \cdot e^{2x} da$$

(2 Punkte)

Aufgabe 5

Vereinfachen Sie folgenden Term:

$$\frac{a^2 - b^2}{-a - b}$$

(2 Punkte)

Aufgabe 6

In einer Eisdiele erhalten sie entweder 2 Eiskugeln zu je 1€ mit 3 cm Durchmesser oder eine Jumbokugel mit 6 cm Durchmesser für 2€. Welches ist das bessere Angebot?

(2 Punkte)

Aufgabe 7

Sei S der Preis eines Finanzprodukts (z.B. einer Aktie). Als Jahresrendite bezeichnet man die prozentuale Änderung von S im betrachteten Jahr.

- (a) Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $S = S_0$ gegeben. Im ersten Jahr beträgt die Jahresrendite -10% , im zweiten Jahr beträgt die Jahresrendite $+10\%$. Das Finanzprodukt ist nach zwei Jahren

☐ mehr wert ☐ weniger wert ☐ gleich viel wert

Im umgekehrten Fall, also einer ersten Rendite von $+10\%$ und einer zweiten Jahresrendite von -10% , ist das Produkt nach 2 Jahren

☐ mehr wert ☐ weniger wert ☐ gleich viel wert

- (b) Bevorzugen Sie ein Finanzprodukt, das sich vierteljährlich um 1% verzinst oder ein Produkt, welches sich jährlich um 4% verzinst?

☐ vierteljährlich ☐ jährlich ☐ es ist egal

- (c) Eine Aktie erzielt im ersten Jahr eine Jahresrendite durch Kurssteigerung von 10% . Im nächsten Jahr steigt die Jahresrendite (gemessen in Prozent) auf das Zweieinhalbfache des Wertes des Vorjahres. Um wieviel Prozent ist der Wert der Aktie demnach innerhalb von 2 Jahren gestiegen?

(2 Punkte)

Aufgabe 8

Ein Elektronikmarkt erlässt in einer Werbeaktion die Mehrwertsteuer auf alle Produkte. Zur Vereinfachung nehmen wir einen Mehrwertsteuersatz von 20% an. Berechnen Sie unter dieser Annahme

- (a) wieviel ein Handy während der Aktion kostet, welches vorher 100 € kostete.

- (b) wieviel ein Handy vor der Aktion gekostet haben muss, damit der Kunde durch die Aktion 30 € spart.

(2 Punkte)

Aufgabe 9

- (a) Wir würfeln mit einem 6-seitigen fairen Würfel und einem 4-seitigen fairen Tetraeder, welche die Zahlen 1-6 bzw. 1-4 zeigen. Wir werfen beide Würfel gleichzeitig und zufällig. Wie wahrscheinlich ist es, einen Pasch (zwei gleiche Zahlen) zu würfeln?
- (b) Berechnen Sie die Anzahl der Spiele einer Handballsaison mit 18 Mannschaften und Hin- und Rückrunde (in jeder Runde spielt jede Mannschaft genau einmal gegen jede andere Mannschaft).
- (c) Mit welcher Formel berechnen Sie die Anzahl aller möglichen Tabellenreihenfolgen der Handball-Bundesliga mit 18 Mannschaften (es soll nur gezählt werden, wieviele Möglichkeiten es gibt, 18 Mannschaften auf 18 verschiedene Tabellenplätze zu verteilen)?
- (d) Mit welcher Formel berechnen Sie die Zahl der möglichen Anfangsaufstellungen, zwischen denen der Trainer einer Handballmannschaft wählen kann, wenn der Kader aus 16 Spielern und 3 Torhütern, und eine Anfangsaufstellung aus 6 Spielern und 1 Torwart besteht?

(2 Punkte)

Aufgabe 10 (!)

Wie viele Lösungen kann ein lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 3 Variablen haben?

☐ eine ☐ keine ☐ unendlich viele

(4 Punkte)

Viel Erfolg!

Anhang 4

Wichtige Grundlagen für Studiengänge mit Mathematik-Anteilen

Im Folgenden sind exemplarisch mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten zusammengestellt, die nach den Erfahrungen der Universitäten wesentliche Grundlagen für diejenigen Studiengänge darstellen, in denen Mathematik eine Rolle spielt. Die Auflistung ist weder abschließend noch beschreibt sie im Sinne eines Lehrplans die Inhalte des schulischen Mathematikunterrichts.

- Sicherer Umgang mit Zahlen: natürliche, ganze Zahlen, Brüche, Dezimalzahlen
- Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, 10er-Potenzen, 2er-Potenzen (Binärzahlen)
- Elementare Grundlagen der Aussagenlogik: Wahrheitswert einer Aussage, intuitiv richtiger Umgang mit den logischen Verknüpfungen UND, ODER, NICHT sowie der Implikation (z.B.: „Für den Übungsschein benötigen Sie eine bestandene Klausur oder eine mündliche Prüfung“ heißt nicht, dass man beide Voraussetzungen erfüllen muss oder nur eine erfüllen darf.)
- Elementare Termumformungen (insbesondere Verhalten von Ungleichungen), Auflösen linearer und quadratischer Gleichungen (in einer Unbekannten), Lösen von linearen Gleichungssystemen mit bis zu drei Unbekannten
- Dreisatzrechnung
- Verständnis des Funktionsbegriffs, spezielle Funktionen: Polynome, Quadrat- und Kubikwurzeln, $\sin$, $\cos$, $\tan$, natürlicher Logarithmus und Exponentialfunktion mit Funktionalgleichungen („Rechenregeln“), Bogenmaß und Grad samt Umrechnung, Additionstheoreme (für $\sin$, $\cos$).
- Ebene Geometrie: Geradengleichung in der Ebene, Kreis (Umfang, Fläche, Gleichung), Ellipse (Gleichung), Dreiecke, Vierecke (mit Fläche und Umfang)
- Geometrie im Raum: Geradengleichung im Raum, Würfel, Kugel, Quader, Kegel, Pyramide
- zeichnerische (Konstruktion) Bewegung von 2D und 3D Körpern (Drehungen und Spiegelungen in Ebene und Raum)
- Matrizen und Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ (Rechenregeln, keine Determinanten oder Linearen Gleichungssysteme mit Matrizen und Vektoren)
- Grundlegende Eigenschaften von Folgen reeller Zahlen (Konvergenz, Divergenz, Monotonie), geometrische Reihe
- Definition von Stetigkeit als Grenzwertprozess (Folge), Stetigkeit spezieller Funktionen (s.o.)
- Elementare Differentialrechnung: Ableitung von Polynomen und speziellen Funktionen (s.o.), einfache Maximumsaufgaben (keine vollständige Kurvendiskussion)
- Elementare Integrationsrechnung: Integralrechnung und Flächeninhalt, partielle Integration, Integration spezieller Funktionen (s.o.)
- Kenntnis und Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung
- Elementare Statistik: Häufigkeiten und Prozentrechnung (keine Stochastik)

Anhang 5

Beispielaufgaben aus Einstellungstests⁷

Zahlenreihen

Die Instruktion lautet üblicherweise wie folgt:

Finden Sie die Zahl, die die folgende Zahlenreihe logisch fortsetzt. (manchmal werden auch zwei oder drei Zahlen verlangt) – oder:

Welche Zahl ersetzt das Fragezeichen, so dass eine logische Zahlenreihe entsteht?

Hier einige Beispiele für in Einstellungstests verwendete Zahlenreihen:

36; 18; 9; 36; 18; 9; 36 Lösung: 18 (9; 36)

23; 18; 24; 19; 25; 20; 26; Lösung: 21 (27; 22)

5; 6; 7; 6; 7; 8; 7 Lösung: 8 (9; 8)

Textaufgaben

Hier wird zumeist auf eine Instruktion verzichtet. Manche Tests stellen den Teilnehmern einen Taschenrechner als Hilfsmittel zur Verfügung

Frisches Grün für die Mittagspause!

Salat-Mix „Espana“ 100 g nur 0,75 €
Salat-Mix „Florida“ 100 g nur 0,79 €
Salat-Mix „Exotic“ 100 g nur 0,80 €

In Ihrer Mittagspause kaufen Sie manchmal eine Salatmischung in einem nahegelegenen Lebensmittelmarkt. An der Salattheke werden drei unterschiedliche Salatmischungen angeboten.

- Wieviel Euro kostet eine 100-Gramm Mischung dieser drei Sorten im Durchschnitt?
- Manchmal bringen Sie Ihren Kollegen eine Salatmischung mit. Frau Schneider möchte 250 g der Mischung „Espana“, Herr Meierhuber möchte 300 g der Sorte „Florida“ und für sich wählen Sie ein halbes Pfund der Mischung „Exotic“. Wie viel Euro müssen Sie für die drei Salatmischungen insgesamt bezahlen?

1/25 des Biers wurde bei der ersten Runde ausgeschenkt. Bei der zweiten Runde wurde 2-mal so viel ausgeschenkt. Danach enthielt das Fass noch 88 l Bier.

Wie viele l Bier enthielt das Fass am Anfang der Feier?

Einfache Rechenaufgaben

In vielen Tests werden auch einfache Rechenaufgaben verwendet, um Konstrukte wie Konzentrationsfähigkeit, Gewissenhaftigkeit oder Teile der rechnerischen Gewandtheit zu erfassen.

Häufig werden diese Aufgaben unter enormem Zeitdruck gestellt, oder es wird erfasst, wie viele Aufgaben in einer vorgegebenen Zeit bewältigt werden und wie viele Fehler dabei passieren. Dabei wird davon ausgegangen, dass diese Aufgaben von allen Teilnehmern leicht gelöst werden können.

⁷ Aus: Dipl.-Psych. Klaus-Jürgen Gebert: "Mathematische Grundkenntnisse und Kompetenzen beim Berufseinstieg", Berlin 2006

Im folgenden Beispiel wird die rechnerische Gewandtheit über vermischte Aufgaben zu den Grundrechenarten mit steigendem Schwierigkeitsgrad erfasst, ebenfalls mit knapper Zeitbegrenzung für den gesamten Aufgabentyp nach folgendem Muster:

$$4 + 5 = 2 \times 2 = 7 - 5 = 7 + 8 =$$

$$15 : 3 = 14 - 6 = 23 + 11 = 4 \times 8 =$$

$$7 \times 9 = 24 : 8 = 24 - 18 = 37 + 16 =$$

$$48 : 8 = 11 \times 6 = 83 - 39 = 45 : 3 =$$

$$13 \times 7 = 113 - 48 = 84 : 7 = 18 \times 8 =$$

$$14 \times 14 = 17 \times 21 = 209 : 19 = 23 \times 36 =$$

In anderen Verfahren finden mehrstufige Rechenaufgaben Verwendung:

$$3 + 7 \times 5 + 2 : 2 - 17 =$$

$$12 \times 3 - 6 : 2 + 14 - 23 + 12 \times 3 : 6 - 5 =$$

$$(144 : 12) + 8 - 10 \times (188 - 3 \times 54) + 6 - 12 + 45 =$$

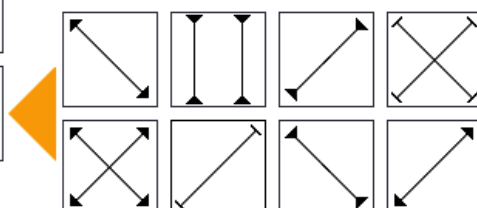
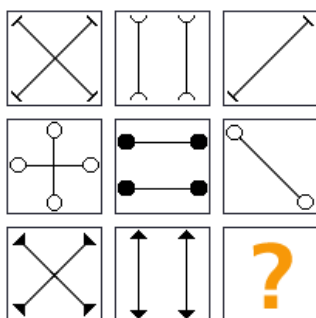
Aufgaben zum räumlichen Vorstellungsvermögen

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird zumeist über Aufgaben erfasst, die die Ergänzung und/oder Rotation zwei- oder dreidimensionaler Figuren erfordern. Bei den folgenden Aufgaben lautet die Frage: Welches der Bruchstücke ergänzt die Figur am besten?



Mustererkennung

Wählen Sie das Bild aus, dass die gezeigte Anordnung von Mustern logisch ergänzt.



Anhang 6

Welche Inhalte sollen in unserer Schule zum Grundwissen gezählt werden?

– Ein Fragenkatalog zum Grundwissen (aus dem Projekt SINUS) –

1 Vorbemerkungen

1. Aufgabe und Bedeutung des zu erstellenden Katalogs "Grundwissen"

Der Katalog "Grundwissen" soll elementare Kenntnisse und Fertigkeiten, über die die Schülerinnen und Schüler *jederzeit* ohne langes Nachdenken verfügen sollen, beschreiben. Die sichere Beherrschung dieser Kenntnisse und Fertigkeiten ist Voraussetzung dafür, dass komplexere anwendungsorientierte Probleme und offene Fragestellungen, die mehrere Lösungswege gestatten, von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet und gelöst werden können.

Der Katalog soll Grundlage sein für regelmäßige Übungen zum Sichern von Grundwissen und für Anleitungen zum selbstständigen Aufarbeiten von Lücken durch die Schülerinnen und Schüler.

2. Bezug des Katalogs zum Lehrplan

Der Umfang des Katalogs muss im Vergleich zum Lehrplan stark eingeschränkt werden, weil nur eine sehr begrenzte Zahl von Inhalten stets verfügbar gehalten werden kann. Das heißt aber nicht, dass Themen des Lehrplans, die im Minimalkatalog nicht aufgeführt werden, eine geringere Bedeutung haben. Die Auseinandersetzung mit vielseitigen mathematischen Themen im Unterricht sichert eine breite Sachkompetenz, die deutlich über das im Minimalkatalog aufgeführte Grundwissen hinausgeht. Die Entwicklung von Methodenkompetenz ist unabhängig vom Grundwissen durchgehend eine zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichts.

3. Hinweise zur Bearbeitung der nachfolgenden Fragen

Man muss bei der Bearbeitung der nachfolgenden Fragen stets bedenken, dass wirklich ein *Minimalkatalog* entstehen soll, weil das dauerhafte Sichern des ausgewählten Grundwissens – in welcher Form auch immer – Unterrichtszeit in Anspruch nimmt.

Die Fragen sind schulartübergreifend formuliert. Schulartspezifische Akzente zu setzen, ist Aufgabe der jeweiligen Fachkonferenz.

Wenn bei einer Frage der Umfang und die Tiefe des zu fordernden Wissens und der Fähigkeiten genauer beschrieben bzw. abgegrenzt werden sollen, ist es ggf. sinnvoll, dies an Hand von Beispiel- oder Musteraufgaben zu erläutern.

Fragen zur Erarbeitung eines Grundwissen-Katalogs

(Die folgende Zusammenstellung von Fragen ist eine Diskussionsgrundlage für die Fachkonferenz. Sie ist kein Vorschlag, was zum Grundwissen gehören sollte!)

1.1 Größen (5./6. Schuljahr)

- Welche Größenbereiche gehören zum Grundwissen?
- Genügt es, wenn die Schülerinnen und Schüler von einer Einheit in die nächstgrößere oder nächstkleinere umrechnen können? – Wenn nein, welche Umrechnungen sind zu fordern?
- Von welchen Flächen sollen die Formeln für den Flächeninhalt auswendig gewusst werden?
- Von welchen Körpern sollen die Formeln für Rauminhalt und Oberfläche auswendig gewusst werden?

1.2 Bruchrechnung (6. Schuljahr)

- Welche der folgenden Verfahren mit beliebigen Brüchen sollen stets sicher beherrscht werden:
 - * Erweitern und Kürzen?
 - * Größen vergleichen?
 - * Addition/Subtraktion?
 - * Multiplikation?
 - * Division?
- Wie komplex sollen Zahlterme sein, in denen die vier Grundrechenarten kombiniert werden?
- Soll das Vereinfachen von Doppelbrüchen sicher beherrscht werden?
- Gehört der Aspekt "Brüche als Anteile" (Bruchoperatoren) zum Grundwissen?
- Wie sicher soll die "gemischte Schreibweise" von Bruchzahlen beherrscht werden?

1.3 Rechnen mit Dezimalzahlen (6. Schuljahr)

- Wozu sollen die Schülerinnen und Schüler stets in der Lage sein:
 - * Umrechnen von "gewöhnlichen" Brüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt?
 - * Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen mit Zehnerzahlen?
 - * Durchführen aller vier Grundrechenarten mit Dezimalzahlen?
 - * Runden von Dezimalzahlen: auf einen Stellenwert? auf geltende Ziffern? auf Einheiten?
- Wie komplex sollen Zahlterme sein, in denen die vier Grundrechenarten kombiniert werden?
- Was soll von den periodischen Dezimalzahlen beherrscht werden?
- Sollen Überschlagsrechnungen trainiert werden: mit beliebigen Dezimalzahlen? nur mit Größen? nur in Sachaufgaben?

1.4 Prozentrechnung (7. Schuljahr)

- Genügt es, wenn ein Verfahren beherrscht wird (Operatormethode oder Dreisatz oder Proportion)?
- Welche der folgenden Aufgabentypen gehören zum Grundwissen:
 - * Bestimmung des Prozentwerts, des Grundwerts und des Prozentsatzes?
 - * Umrechnen: Prozentsatz $\leftrightarrow$ Bruch? Prozentsatz $\leftrightarrow$ Dezimalbruch?
 - * Bestimmung des Grundwerts, wenn der vermehrte/verminderte Grundwert gegeben ist?
 - * Bestimmung des Prozentsatzes, wenn zwei Prozentsätze nacheinander angewendet werden (Verkettung von Prozentoperatoren)?
 - * Promillerechnung?

1.5 Zinsrechnung (7. Schuljahr)

- Gehört die Zinsrechnung überhaupt zum Grundwissen?
- Wenn ja, welche der folgenden Aufgabentypen sollen sicher beherrscht werden:
 - * Berechnung der Jahreszinsen?
 - * Berechnung der Monats- und Tageszinsen?
 - * Berechnung des Kapitals und des Zinssatzes aus Monats- bzw. Tageszinsen?
 - * Berechnung der Zeitspanne?
 - * Zinseszinsen?

1.6 Zuordnungen zwischen Größenbereichen (7. Schuljahr)

- Koordinatendiagramme bei beliebigen Zuordnungen lesen und deuten?
- Graphen von proportionalen und umgekehrt proportionalen Zuordnungen skizzieren?
- Proportionale Zuordnungen: Genügt es, wenn ein Verfahren beherrscht wird (Dreisatz oder Proportion oder Proportionalitätsfaktor (Operator zwischen den Größenbereichen))?
- Umgekehrt proportionale Zuordnungen: Genügt es, wenn ein Verfahren beherrscht wird (Dreisatz oder Produktgleichung)?
- Sollen Aufgaben mit "zusammengesetzten Zuordnungen" trainiert werden?

Beispiele für zusammengesetzte Zuordnungen:

- (1) Eine Pumpe leert ein Wasserbecken in 21 Stunden. Nach 10 Stunden wird eine zweite Pumpe zugeschaltet.
(2) 4 Maschinen füllen in 8 Stunden 16000 Flaschen. In welcher Zeit füllen 5 Maschinen 25000 Flaschen?

1.7 Kongruenzgeometrie (8. Schuljahr)

- Welche Grundbegriffe sollen beherrscht werden: Strecke, Gerade, Halbgerade, Winkel, Scheitel, Schenkel, Kreis, Radius, Durchmesser, Tangente, senkrecht, parallel, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende, Höhe, gleichseitiges/gleichschenkliges/rechtwinkliges Dreieck, Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez, Diagonale, Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel,...?
- Welche geometrischen Sätze sollen gewusst werden und angewendet werden können: Winkelsätze an Parallelen, Winkelsumme im Dreieck, Satz des Thales, Kongruenzsätze ...?
- Welche Eigenschaften (Seiten, Winkel, Symmetrie) von Parallelogramm, Raute, Rechteck, Quadrat, Trapez sollen gewusst werden und angewendet werden können?
- Welche Eigenschaften von Achsenspiegelung, Drehung und Verschiebung (Bestimmungsstücke, Fixelemente, Invarianten ...) sollen stets zur Verfügung stehen?
- Sollen die Konstruktionen von Achsenspiegelung, Drehung, Verschiebung beherrscht werden?
- In welchem Umfang sollen Dreieckskonstruktionen beherrscht werden?

1.8 Ähnlichkeitsgeometrie (9. Schuljahr)

- Welche der folgenden Sätze sollen gewusst und angewendet werden können: Strahlensätze, Satz des Pythagoras, Höhensatz, Kathetensätze?
- Soll die Konstruktion der zentrischen Streckung beherrscht werden?
- Welche Eigenschaften der zentrischen Streckung (Bestimmungsstücke, Fixelemente, Invarianten ...) sollen stets zur Verfügung stehen?
- Welche Eigenschaften ähnlicher Figuren sollen gewusst und angewendet werden können: Streckenverhältnis (Maßstab), Winkelgröße, Verhältnis der Flächeninhalte, ...? – Soll in der Hauptschule von "ähnlichen Figuren" oder nur von "Vergrößerungen und Verkleinerungen" gesprochen werden?

1.9 Berechnungen an Flächen und Körpern (8. – 10. Schuljahr)

- Von welchen Flächen sollen die Formeln für den Flächeninhalt und den Umfang auswendig gewusst werden (Dreieck, Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Kreis, Kreisteile, ...)?
- Von welchen Körpern sollen die Formeln für Rauminhalt und Oberfläche/Mantel auswendig gewusst werden (Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel, ...)?

1.10 Termumformungen (8. Schuljahr)

- Terme *ohne* Variablen im Nenner: Alle Umformungen beherrschen, auch Anwendung binomischer Formeln?
- Terme *mit* Variablen im Nenner: In welchem Umfang gehört das Rechnen mit Bruchtermen zum Grundwissen?

1.11 Gleichungen (7. – 10. Schuljahr)

- Bei welchen der folgenden Gleichungstypen soll das Lösen sicher beherrscht werden:
 - * Lineare Gleichungen mit einer Variablen, auch mit Klammern und unter Anwendung der binomischen Formeln?
 - * Betragsgleichungen?
 - * Bruchgleichungen? – Wenn ja, wie komplex sollen die Bruchgleichungen sein?
 - * Gleichungssysteme von zwei Gleichungen mit zwei Variablen? – Welche Verfahren sollen stets zur Verfügung stehen?
 - * Gleichungssysteme von drei Gleichungen mit drei Variablen?
 - * Quadratische Gleichungen?
 - * Exponentialgleichungen?
- Sollen die Schülerinnen und Schüler das Lösen von Gleichungen mit Parametern allgemein oder nur das "Umstellen von Formeln" beherrschen?
- Gehört das Lösen von Ungleichungen zum Grundwissen?
 - * lineare Ungleichungen mit *einer* Variablen
 - * lineare Ungleichungen mit *zwei* Variablen (graphisch)
- Soll der Satz von Vieta gedächtnismäßig zur Verfügung stehen?

1.12 Funktionen (8. – 10. Schuljahr)

- Was gehört zum Grundwissen über folgende Funktionen:
 - * Lineare Funktionen: allgemeine Funktionsgleichung, Steigungsfaktor, y-Achsenabschnitt?
 - * Quadratische Funktionen: allgemeine Funktionsgleichung, Scheitelpunktform, Form und Lage der zu einer Gleichung gehörenden Parabel?
 - * $f(x) = 1/x$: Begriff der Hyperbel? – Verlauf des Graphen?
- Was gehört zum Grundwissen über trigonometrische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen (z.B. mit Blick auf die gymnasiale Oberstufe):
 - * Genügt es, den Verlauf der Graphen skizzieren zu können?
 - * Welche Eigenschaften von Funktionen sollen auf welchem Anspruchsniveau abrufbar sein (Symmetrie, Monotonie, asymptotisches Verhalten, Periodizität, Beschränktheit, Umkehrbarkeit)?
 - * Soll mit dem Bogenmaß gearbeitet und Umrechnungen Gradmaß $\leftrightarrow$ Bogenmaß durchgeführt werden können?
 - * Soll der Begriff "Umkehrfunktion" erklärt und das Verfahren (rechnerisch / zeichnerisch) der Umkehrung einer Funktion durchgeführt werden können?

1.13 Quadratwurzeln (9. Schuljahr)

- Sicher mit Quadratwurzeln rechnen (multiplizieren, dividieren, teilweise radizieren, "rationalmachen des Nenners")?
- Wie sollen rationale Näherungswerte gefunden werden?
- Was sollen die Schülerinnen und Schüler dauerhaft von irrationalen Zahlen und von reellen Zahlen wissen?

1.14 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen (10. Schuljahr)

- Welche der folgenden Definitionen sollen stets zur Verfügung stehen und angewendet werden können:
 - * Potenz mit ganzzahligem Exponenten?
 - * Potenz mit gebrochenem Exponenten?
 - * n-te Wurzel?
 - * Logarithmus?
- Welche der folgenden Gesetze sollen stets zur Verfügung stehen und angewendet werden können:
 - * Potenzgesetze?
 - * Wurzelgesetze?
 - * Logarithmengesetze?
- Welche Schwierigkeit und welche Komplexität sollen Aufgaben zur Umformung von Termen mit Potenzen mit Hilfe der Potenzgesetze haben?

1.15 Trigonometrie (10. Schuljahr)

- Welche Definitionen sollen die Schülerinnen und Schüler angeben können:
 - * Sinus, Kosinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck?
 - * Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis?
- Mit welchem Grad von Routine sollen Berechnungen durchgeführt werden können:
 - * in rechtwinkligen Dreiecken?
 - * in beliebigen Dreiecken?

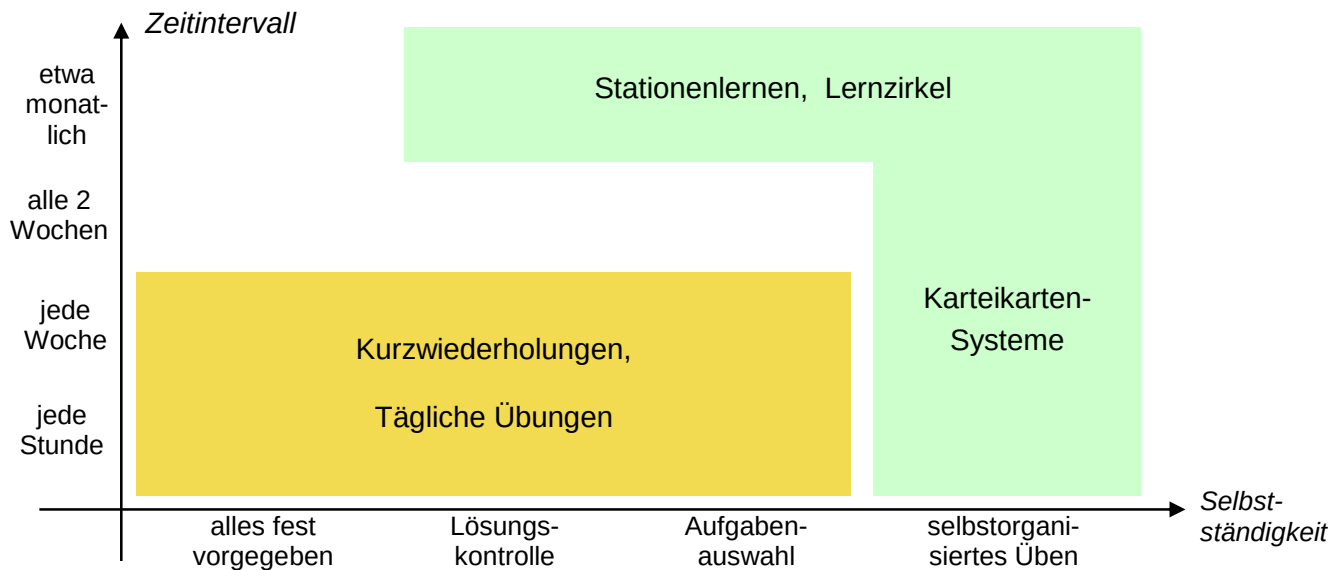
Anhang 7

Erfahrungen mit dem systematischen Sichern von Grundwissen aus dem Projekt SINUS

Vorbemerkung:

Hier werden unter Grundwissen diejenigen Kenntnisse und Fertigkeiten verstanden, über die Schülerinnen und Schüler *jederzeit ohne langes Nachdenken* verfügen sollen.

In welchen Organisationsformen kann Grundwissen dauerhaft gesichert werden?



Welche Aufgaben sind zum Sichern von Grundwissen geeignet?

Komplexität und Umfang

- Aufgaben, die im Kopf gelöst werden
- einfache schriftliche Rechnungen
- komplexere Aufgaben mit mehreren Schritten

Thematische Zusammensetzung

- alle Aufgaben aus demselben Stoffgebiet oder Mischung von Aufgaben aus verschiedenen Stoffgebieten
- Vorbereitung des jeweils nächsten Unterrichtsthemas – Wiederholung vor einer Klassenarbeit - oder systematische Wiederholung aller bisherigen Themen

Wie können Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen in einer Fachschaft / Schule etabliert werden?

- Die Mathematik-Lehrkräfte entscheiden sich gemeinsam für eine Organisationsform – und setzen diese konsequent um.
- Sie entscheiden, in welchen Klassenstufen das Sichern von Grundwissen zunächst umgesetzt werden soll.
- Sie entscheiden, wie die benötigten Materialien (Aufgabenblätter, Karteikarten, ...) erstellt bzw. beschafft werden.
- Sie entwerfen einen Zeitplan für die Umsetzung.
- Die betroffenen Klassen werden informiert.
- Die Eltern der betroffenen Klassen werden informiert.

Die nächsten Schritte:

- Möglichst viele Mathematiklehrkräfte sollten für das Grundwissen Sichern gewonnen werden (z.B. durch Bereitstellen von Material, durch Erfahrungsberichte, durch Thematisieren von Eltern- und Schülerrückmeldungen, ...)
 - Die Lehrkräfte tauschen sich über ihre Auffassungen von „Grundwissen“ aus.
- Die Fachschaft entwickelt schrittweise gemeinsame Vorstellungen darüber, was zum Grundwissen gezählt werden soll – und was nicht.

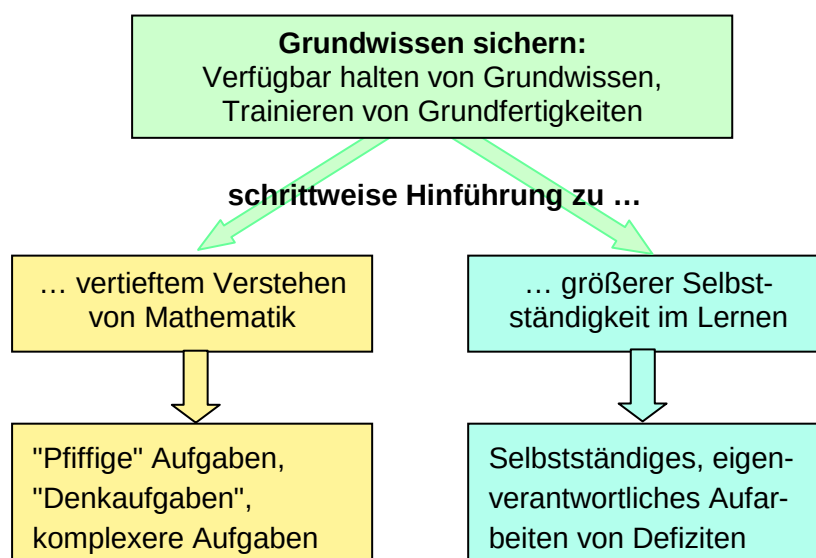
Erfahrungen mit dem systematischen Sichern von Grundwissen

- Schüler/innen reagieren positiv auf regelmäßige Übungen zum Sichern von Grundwissen; die Routine spielt sich schnell ein.
- Eltern begrüßen die Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen.
- Schüler/innen erfahren beim regelmäßigen Bearbeiten der Grundwissenaufgaben Lernfortschritte und werden dadurch motiviert.
- In höheren Klassenstufen und bei der Erarbeitung neuer Themen macht sich die bessere Verfügbarkeit von Grundwissen positiv bemerkbar (→ Zeitersparnis).
- Abgänger haben bessere Erfolge bei Einstellungstests.
- Die Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen müssen konsequent und regelmäßig durchgeführt werden.
- Es erweist sich als sinnvoll, alle Parallelklassen einer Jahrgangsstufe einzubeziehen.
- Es erweist sich als sinnvoll, Grundwissen-Aufgaben auch in Klassenarbeiten einzubeziehen.
- Die Grundwissen-Aufgaben können auch zur Diagnose des Lernstands einer Klasse sowie individueller Stärken und Schwächen Einzelner genutzt werden (Grundwissentest zu Schuljahresbeginn / Individualisierte Aufgabenstellungen).

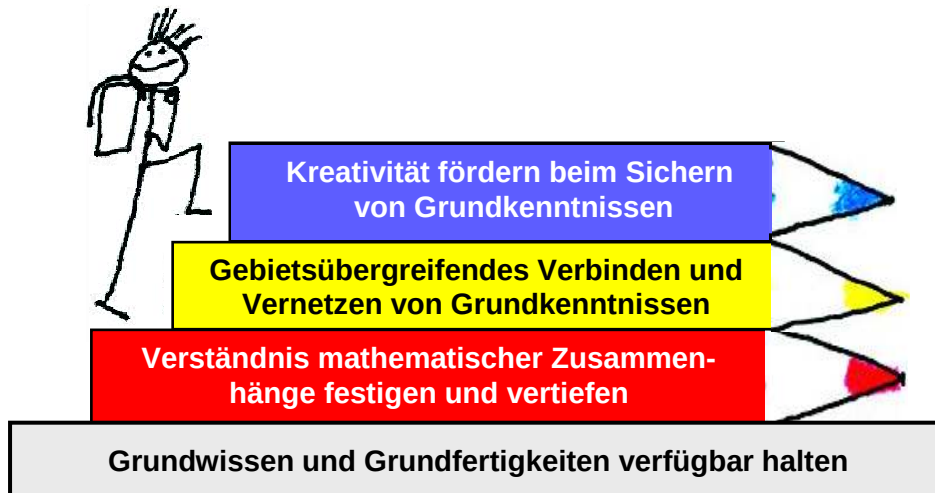
War das alles ?

Die Erfahrungen - insbesondere im Gymnasium - zeigen, dass leistungsstarke Schülerinnen und Schüler sich bald langweilen, wenn bei den Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen immer nur sehr elementare Aufgaben eingesetzt werden.

Sichern von Grundwissen kann in verschiedene Richtungen erweitert werden.



Stufen zu vertieftem Verstehen von Mathematik im Rahmen des Sicherns von Grundwissen



Beispiele

Verständnis mathematischer Zusammenhänge festigen und vertiefen

- Was gibt am Ende das höhere Gehalt: Fünfmal hintereinander eine Gehaltserhöhung um 10% oder eine einmalige Erhöhung um 60%?
- Markus behauptet: Auf dem Tisch liegen 4 Quadrate, 5 Rechtecke und 3 Trapeze. Kann das stimmen?
- Gib verschiedene Gleichungen mit der Lösung -4 an.

Gebietsübergreifendes Verbinden und Vernetzen von Grundkenntnissen

- Eine Gerade durch den Ursprung hat die Steigung $3/4$. Eine dazu senkrechte Gerade hat die Steigung $-4/3$. Begründe.
- Gib Gleichungen von Funktionen aus möglichst vielen verschiedenen Funktionsklassen an, deren Graphen ...
... symmetrisch zum Ursprung sind,
... durch $(1/1)$ und $(-1/-1)$ gehen,
... durch $(0/1)$ gehen und monoton wachsen.



Kreativität fördern beim Sichern von Grundkenntnissen

- Ein Weinverkäufer senkt den Inhalt einer Spezialflasche von 500ml auf 400ml bei gleichem Preis. Wie hoch ist die Preissteigerung?
- Gibt es einen Bruch zwischen $5/11$ und $6/11$? Begründe.
- Gegeben sind Graph und Gleichung der Parabel $f(x) = x^2 + 4x + 14$ ohne Koordinatensystem. Wo liegt das Koordinatensystem?
- Aus vier vorgegebenen Brüchen soll unter Benutzung der vier Grundrechenarten eine Zahl aufgebaut werden, die möglichst nahe bei 1 liegt.

Weitere Beispiele finden Sie auf den SINUS-Seiten des Bildungsservers:

mathematik.bildung-rp.de → Sekundarstufe I → Projekte/thematische Schwerpunkte → SINUS und SINUS-Transfer → Aufgaben, Unterrichtseinheiten und methodische Anregungen → Sichern von Grundwissen auf verschiedenen Niveaustufen

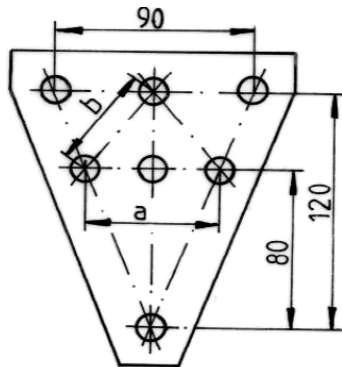
Anhang 8

Beispiele für Aufgabenstellungen aus Berufsausbildungen, in denen mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten benötigt werden

Hinweis: Die für die Lösung der Aufgaben erforderlichen technischen Sachkenntnisse werden nicht vorausgesetzt, sondern in der betrieblichen Ausbildung vermittelt!

Beispiele aus der Ausbildung z.B. zum Industriemechaniker

1. Zeichnung lesen und Maße für die Bohrungen entnehmen:



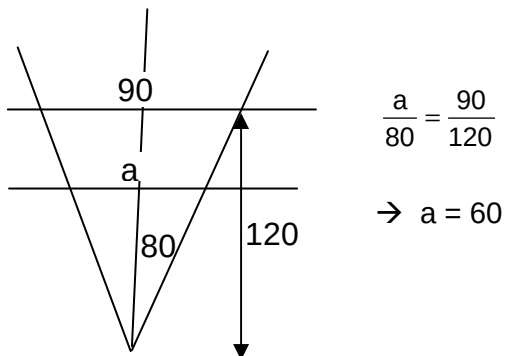
Aus dieser Zeichnung müssen für die Herstellung aus den angegebenen Bemaßungen die Maße a und b berechnet werden.

Beispiel für einen Lösungsweg:

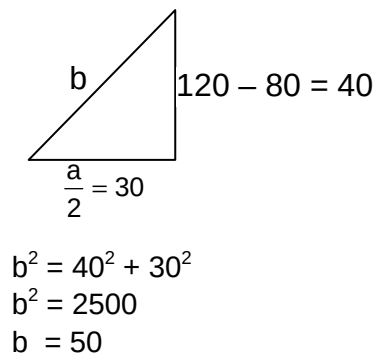
Aus der technischen Skizze muss zunächst erkannt werden, mit welchem mathematischen Hilfsmittel die gesuchten Längen berechnet werden können (Modellierung).

Man geht in diesem Fall davon aus, dass die Zahlenwerte alle in der gleichen Längeneinheit angegeben sind.

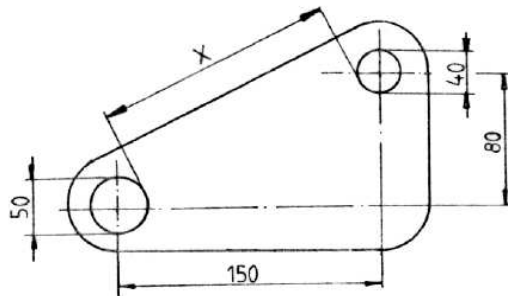
Zur Bestimmung von a eignen sich die Strahlensätze:



Zur Bestimmung von b eignet sich der Satz des Pythagoras:

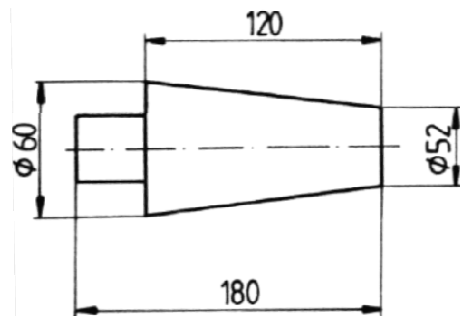


2. Ein Prüfmaß in einer Zeichnung bestimmen:



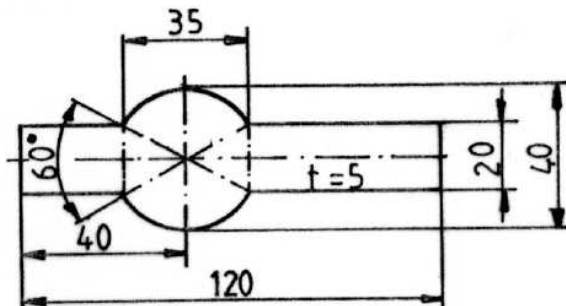
Hier soll der Bohrungsabstand in der Diagonalen x bestimmt werden, um die Lage der Bohrungen nach der Fertigung zu überprüfen.

3. Bestimmung der Werkzeugverstellung bei einem Drehteil:



Zur Herstellung dieses Drehteils muss das notwendige Maß für die Verstellung des Werkzeugs bestimmt werden, d.h. der Einstellwinkel.

4. Eine etwas schwierigere Aufgabe:



Für den bemaßten Kugelhebel soll die Masse bestimmt werden. Das erfordert 3 Schritte:

- Dichte des verwendeten Materials in einer Tabelle nachlesen,
- das Volumen des Kugelhebels berechnen,
- aus Volumen und Dichte die Masse bestimmen.

Beispiele aus der Ausbildung für Elektroberufe (z.B. Elektroniker, Mechatroniker) und Physiklaboranten

1. Elektromotor (Asynchronmotor)

Berechnung des Wirkungsgrades

Umrechnung $\cos \varphi$ in φ

Darstellung der Winkelverschiebung zwischen U und I

$P_{ab} = 0,66 \text{ kW}$ (mechanische Leistung)

$U = 400 \text{ V}$

$I = 1,5 \text{ A}$

$\cos \varphi = 0,73$

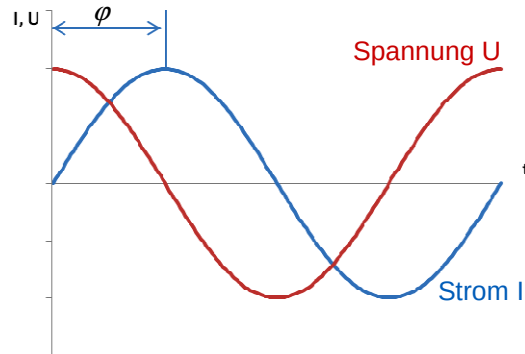
$$\varphi = \cos^{-1}(0,73)$$

$$\varphi = 43,1^\circ$$

$$P_{zu} = U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot \sqrt{3}$$

$$P_{zu} = 400 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} \cdot \sqrt{3} \cdot 0,73$$

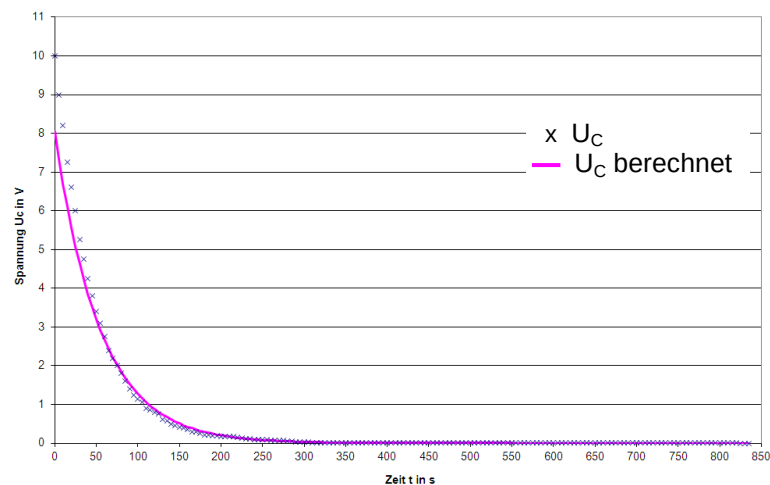
$$P_{zu} = 758,64 \text{ W (elektrische Wirkleistung)}$$



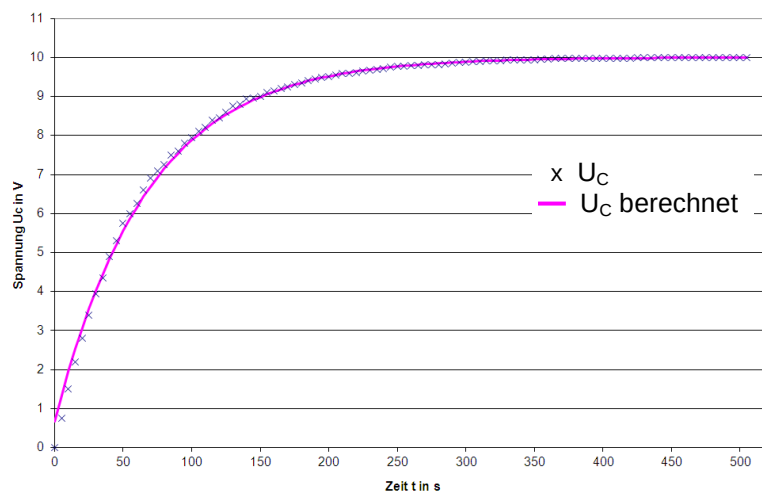
$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{660 \text{ W}}{758,64 \text{ W}} = 0,87$$

2. Kondensatorauf- und Entladung als Anwendung der e-Funktion

Kondensatorentladung



Kondensatoraufladung



Anhang 9

Rechtsgrundlagen

- Bildungsstandards Mathematik für den Hauptschulabschluss (Beschluss der KMK vom 15.10.2004)
- Bildungsstandards Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Beschluss der KMK vom 4.12.2003)
- Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik (EPA, Beschluss der KMK vom 01.12.1989 i.d.F. vom 24.05.2002)
- Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)⁸
- Fachspezifische Hinweise zur Abiturprüfung Mathematik Rheinland-Pfalz (werden in jedem Jahr überprüft und ggf. überarbeitet),
- Rahmenlehrplan Mathematik Klassen 5 bis 9/10 Rheinland-Pfalz (Mai 2007)
- Mathematik Sekundarstufe I: Anregungen zur Umsetzung 5-6
 Anregungen zur Umsetzung 7-8
 Anregungen zur Umsetzung 9-10
- Lehrplan Mathematik für Grund- und Leistungskurs in der gymnasialen Oberstufe Rheinland-Pfalz (1998)
- Richtlinien zur Umsetzung der Lehrpläne für die Klassenstufen 5 bis 9/10 und für Grund- und Leistungsfach im 8-jährigen Gymnasium mit Ganztagschule (G8GTS), Fach Mathematik

⁸ Die Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife gelten erstmals für die Abiturprüfung im Schuljahr 2016/17 und ersetzen dann die EPA im Fach Mathematik.